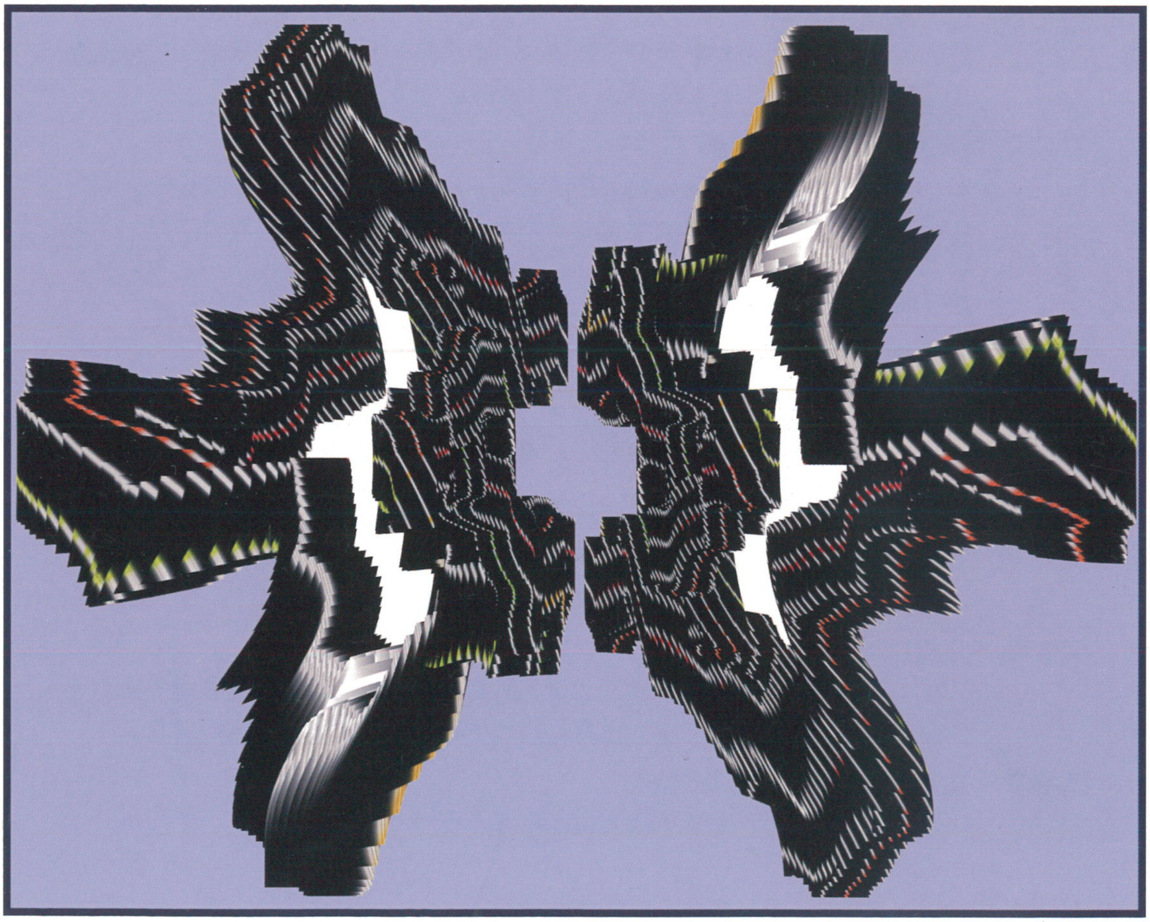
昭和38年7月2日第3種郵便物認可
2010年8月1日発行　第48巻8号　毎月1回1日発行
ISSN 0386—2240

数理科学

8
2010

特集
力の統一にむけて
四つの力から最終理論へ



No.566
サイエンス社

MATHEMATICAL SCIENCES
Number 566 August 2010

力の統一にむけて

四つの力から最終理論へ

表紙：戸川　隼人

お得な定期購読をおすすめします

毎号確実に御手元へ

地域によって書店店頭に陳列されない場合があります．**郵送料小社負担**にて確実に御手元へ届く定期予約購読をおすすめします．

予約購読は 1 年間（本誌のみ）11,000 円，半年間（本誌のみ）5,500 円．（税込み価格）

造本コストは更に上昇気味です．小社としてもあらゆる努力をもって廉価で提供してゆきたいと思っておりますが，定価改定の止むなき事態がかんがえられます．この場合予約購読期間中のものにつきましては料金据置きとなります．なお，臨時別冊のご注文については，本誌予約購読者の方には，商品到着後のお支払いにて承ります．

お申し込みは本誌とじ込みの振替用紙を御利用下さい．

数理科学特集一覧

63 年/7～2007 年/11 省略
2007 年/12「時空」への問いかけ
2008 年/1　現象を視る
/2　ゲージ重力対応
/3　現代物理のための数学キーワード
/4　現代数学はいかに使われているか［解析編］
別冊　多様体の広がり
/5　物理と数学の難所
/6　線形代数の力
/7　物理的思考法のすすめ
/8　数の魅力
/9　トポロジカルな弦の世界
/10 ポアンカレ
別冊　対称性と保存則
/11 物理と論理
/12 確率論的物理観
2009 年/1　グラフィックでわかる物理
/2　発展する量子力学
/3　方程式に潜む対称性
/4　現代数学はいかに使われているか［幾何編］
別冊　代数学の魅力
/5　微積分を楽しむ
/6　現象と物理概念を結ぶ方程式
/7　現代物理の世界像
/8　複素数
/9　シュレーディンガー
/10 数学と物理に広がる不変量
別冊　量子重力理論
/11 可積分系の世界
/12《原理》の探求
2010 年/1　無限次元の魅力
/2　数学の可視化
/3　物理数学の効用
/4　現代数学はいかに使われているか［確率編］
別冊　現代幾何学の発展
/5　物理学事始め
/6　現代幾何と方程式
/7　物理学と行列

数理科学臨時別冊一覧

08 年/11 量子暗号理論の展開
09 年/1　量子力学の考え方
09 年/7　ゲージ理論の発展
09 年/9　量子コンピュータの基礎［第 2 版］
09 年/11 重点解説 基礎微分幾何
09 年/12 ε–δ 論法再入門
10 年/1　多彩な量子の世界
10 年/3　超関数・フーリエ変換入門
10 年/5　問題例で深める物理
10 年/6　非線形現象と微分方程式
10 年/7　数物系のための圏論

「数理科学」のバックナンバーは下記の書店・生協の自然科学書売場で特別販売しております

紀伊國屋書店本店（新宿）
紀伊國屋書店新宿南店
あおい書店中野本店
オリオン書房ノルテ店（立川）
くまざわ書店本店（八王子）
くまざわ書店桜ヶ丘店（多摩）
書泉グランデ（神田）
書泉ブックタワー（秋葉原）
三省堂本店（神田）
リブロ池袋店
ジュンク堂書店（池袋）
ジュンク堂書店（新宿）
芳林堂（高田馬場）
八重洲ブックセンター（東京駅前）
丸善丸の内本店（東京駅前）
ブックファースト青葉台店（横浜）
栄松堂ジョイナス店（横浜）
有隣堂イセザキ町店（横浜）
有隣堂西口・東口（横浜）
有隣堂厚木店（厚木）
文教堂ブックセンター（川崎）
ジュンク堂書店（盛岡）
ジュンク堂書店（新潟）
旭屋船橋店
戸田書店静岡本店
ジュンク堂大阪本店
紀伊國屋書店梅田店（大阪）
旭屋本店（大阪）
アバンティブックセンター（京都）
ジュンク堂書店（京都）
ジュンク堂書店（神戸）
ジュンク堂三宮駅前店（神戸）
ジュンク堂書店（大分）
喜久屋書店倉敷店
紀伊國屋書店福岡店
紀伊國屋書店福岡本店
ジュンク堂福岡店
紀伊國屋書店新潟店
金港堂（仙台）
金港堂パーク店（仙台）
ジュンク堂書店（仙台）
鹿島ブックセンター（いわき）
友朋堂（つくば）

――大学生協・売店――
東京大学 本郷・駒場
東京工業大学 大岡山・長津田
東京理科大学 新宿
早稲田大学 理工学部
慶応義塾大学 矢上台
福井大学
筑波大学 大学会館書籍部 第一学群書籍部
埼玉大学
名古屋工業大学・愛知教育大学
大阪大学・神戸大学 ランス
京都大学・九州工業大学
東北大学 理薬・工学
室蘭工業大学
徳島大学 常三島
愛媛大学 城北
山形大学 小白川
島根大学
学習院大学 成文堂
北海道大学 クラーク店

August 2010 MATHEMATICAL SCIENCES Number 566

特集／力の統一にむけて

巻頭言

村 山 斉

今特集は「力の統一にむけて—四つの力から最終理論へ—」という題で取り組んでいる．ニュートンが地上の物理学（木から落ちるリンゴ）と天上の物理学（月・惑星の運動）を統一的に説明して以来，多様な現象をわずかな法則で説明するというのは物理学の根源的な目標となった．それ以来数々の「統一」が既に実現している．

電磁気学はもともと全く別々に考えられてきた磁石と電気の力を一つの理論で記述する．さらに電磁気学にアインシュタインの特殊相対性理論，量子力学を統一的に組み入れたのが**量子電気力学**である．望遠鏡で見る星からの光と電波による通信，レーザーを使ったDVDや光通信，医療用レーザーメスなど現代生活になくてはならない理論となった．「統一以後」の理論が「統一以前」よりも遥かに汎用性を持ち，幅広い現象や技術への応用を生み出した典型例である．仁尾氏の解説では量子電気力学を使うと，電子が持っている小さな磁石の強さを何と12桁まで厳密に説明できることがわかる．「統一」の持っているパワーをまざまざと見せつけられる．

自然界には四種類の力，重力，電磁気，強い力，そして弱い力があり，物理学ではこれを統一的に記述するための統一理論が長いことテーマである．現在の重力理論はアインシュタインが提唱した**一般相対性理論**であり，佐々木氏は重力がどうしてそれが時間・空間の幾何学で記述されるのかを解説している．これも純粋に理論的興味から研究されたものでありながら，相対性理論と重力を統一した結果，詳細な予言ができるようになり，星の一生やブラックホールの存在，宇宙の膨張から今やカーナビで使うGPSの理論的枠組みにまでなっている．一方，アインシュタイン自身は自分の重力理論をさらに電磁気学と統一する**統一場の理論**を目指したものの，達成できなかったという逸話は有名である．物理学者はいわば「アインシュタインの遺志」を継いでその達成に向けて今でも努力している．

強い力，**弱い力**は到達距離があまりに短く，原子のサイズにすら及ばない．そのため日常生活では直接経験することがないが，実は私たちの存在に深く関わる力である．強い力がなくては原子核が陽子どうしの電気的反発でバラバラになってしまい，人体を作るのに必要な炭素，酸素などの元素が作れない．また，地球上の生物はすべて太陽からのエネルギーがないと生きていくことができないが，太陽のエネルギーは弱い力によって生み出されている．初田氏と日笠氏の解説でこのなじみのない二つの力に親しんでいただくことができる．

ここまで進んできてはっきりしたことは，自然界の四つの力は**ゲージ理論**という同じ「言葉」で記述されていることである．数学では幾何学で活

躍するファイバー束で定式化される．重力の場合は時空の幾何学そのものが重力の場になっているため納得がいくが，自然界の力の記述が幾何学に現れる概念で定式化されるというのはまことに不思議なことだ．特に電磁気，強い力，弱い力はどれもコンパクトなリー群を構造群としていてとても似通っている．そこで統一理論という考え方が可能になってくる．

すぐに問題になることは重力と電磁気力は長距離力なのに，強い力と弱い力は原子のサイズにすら届かないことだ．強い力については初田氏の解説にある通り，本来は「色」に働くグルーオンの力が長距離力であるからこそクォークを閉じ込め，陽子や中性子のような「無色」のハドロンになってしまうと遠方から「色」が見えないため短距離力になることがわかった．こうして確立した強い力の理論を**量子色力学**という．一方，弱い力はそうはいかない．弱い力と電磁気を統一的に記述する**電弱理論（電弱統一理論）**では，宇宙にヒッグスという見えない（光を出さない）量子流体が満ちており，弱い力を邪魔して遠くに行かせないという．浜口氏の解説でこのヒッグス機構が詳しく述べられていて，この実験的検証は去年始まったヨーロッパの LHC 実験の一番の目的だ．

こうして弱い力と電磁気を統一的に扱う電弱理論と，強い力の量子色力学，そしてヒッグス機構を組み合わせたのが素粒子の標準模型だ．これは相対性理論と量子力学をふまえ，現在の実験データを高精度で説明できる 20 世紀の物理学の集大成と言っても良いだろう．

ヒッグス機構が検証されて弱い力も電磁気・強い力と同じ枠組みで理解されると，にわかに高まるのが三つの力を統一する期待だ．これは**大統一理論**と呼ばれ，久野氏の解説で紹介されている．特に「物質」と「力」の粒子を入れ替える**超対称性**があると，三つの力の強さの違いを正確に予言し，実験と数パーセントの精度で合っている．大統一理論ではすべての原子を作る陽子がいずれは崩壊するという予言があり，日本のスーパーカミオカンデ実験などで探索が続いている．「いずれ」といっても 10^{34} 年に一回も起きないことがわかっており，読者は安心されたい．宇宙年齢の 137 億年よりも 24 桁も長い寿命を調べられる実験には感動する．しかし理論的には好ましくない点もあり，今でも研究が続いている．

過去 10 年ほどで盛んに研究されるようになったのは，私たちの空間は上下，左右，前後の三つの次元を持つ以外に，小さくなって見えない別の次元（**余剰次元**）があるという可能性だ．大統一理論の抱えるいくつかの問題は余剰次元があると解決されることもあり，野村氏が解説している．

三つの力の大統一を超えて，重力も統一するにはかなりの困難がある．重力と量子力学は相性が悪く，10^{-33} cm という超短距離や 10^{28} 電子ボルトという超高エネルギーに理論を当てはめるとコントロールの利かない発散が現れて理論がまともに扱えない．「点」である素粒子どうしが同じ場所にくると無限に強い重力が働くことが問題だ．そこで有望視されるのが**超弦理論**（または**ひも理論**）である．素粒子を「点」でなく，広がった「弦」（または「ひも」）と考えると，広がったひもどうしがぴったりと重なり合うことは滅多にない．それで重力も扱えるようになるというわけだ．「超」は超対称性を意味し，余剰次元も必要になる．統一理論に必要な要素が自然に入っている．

それだけではない．超弦理論を調べていくと，確かに重力を伝える粒子（グラビトン = 重力子）や，他の力を伝える粒子（ゲージボソン）が自然に出てきて，ますます統一理論らしく見える．あまりなじみがないかもしれないが，実は標準模型では四つの力以外にも力がある．電子やクォーク等の物質粒子は本来，光速で飛ぶのだが，宇宙に満ちるヒッグスにぶつかって邪魔されて光速では行くことができず，その分質量をもらう．このぶつかる力が**湯川相互作用**と呼ばれ，粒子それぞれで強さが違う．またヒッグス自身もヒッグスにぶつかることで質量をもらい，これも**ヒッグス力**とでもいうべき別の力だ．大統一理論ではヒッグスがまつわるこうした力は統一できないが，ひも理論では可能になる．渡利氏の解説では，このよう

な多種多様な力が余剰次元の幾何学と密接に関連してどのようにひも理論から出てくるかが説明されている．

ひも理論はこうして四つの力だけでなく標準模型に現れるすべての力を統一する可能性を秘めているが，まだ完全に理解されておらず，実は理論の定義もまだはっきりしない．しかも我々の宇宙を「唯一の予言」として説明する理論ではなさそうで，ひも理論を統一理論として見るのではなく一つの「枠組み」として見る考え方もある．この辺は盛んに議論されている点であり，今後の発展に期待したい．大栗氏のコラムではひも理論の観点から「統一」という考え方について議論されている．

統一理論への期待と夢はつきないが，理論の進展だけでなく，現在行われている実験から何を学べるかによって将来の方向性が少しずつ見えてくることを期待したい．

（むらやま・ひとし，東京大学数物連携宇宙研究機構，
カリフォルニア大学バークレー校）

重力

リンゴから天体，宇宙まで

佐々木　節

1. マクロを支配する重力

自然界を支配する基本的力（相互作用）に重力，電磁力，強い力，弱い力の 4 つがあることは良く知られている．このうち，強い力や弱い力は 20 世紀に原子核物理学が発展する中で発見されたもので，日常生活でその存在を感じることはほとんどない．電磁力，特に磁力は古くから比較的身近にあったが，電気と磁気が実は同じ力の別の側面であることが認識されたのは 19 世紀に入ってからである．一方，重力は人類が「重さ」を感じ始めた太古の昔から最も身近にある力である．しかし，その最も身近にある力が，実は，他の 3 つの力と非常に異なる性質を持っており，何とも奇妙な「力」なのである．

重力の奇妙さは後ほど述べるとして，重力が他の 3 つの基本的力と明らかに大きく異なる点は何であろうか．上でも触れたように，強い力と弱い力を日常生活で感じることはない．その理由はそれらの力の到達距離が極めて短く，原子核のサイズよりも大きな距離では全く力が働かないからである．また，電磁力はマクロな物体で観測され，その力も相当に強いが，本来 $1/r^2$ 法則で無限遠方まで到達するはずの電気力は，電荷が正か負かで力の向きが反対を向くため，電気的に中性なマクロな物体には力が相殺して働かない．一方，重力はミクロな物体にとっては完全に無視できるほど弱いが，質量（あるいはエネルギー）があるものすべてに平等に働く．そのため，物質が集まり質量が大きくなればなるほど強くなり，地球や太陽などの天体に対しては，それらの運動を完全に支配する力となる．ニュートンがリンゴが落ちたのを見て万有引力を発見した，と言われているが，その真偽のほどは別にして，リンゴと地球の間に働く重力は電磁力をはるかに凌駕しているわけである．

重力がマクロで如何に強くなるかを，もう少し具体的な数字で見てみよう．なおここでの評価はあくまでも概算である．ニュートンの重力定数を G，陽子の質量を m_p，電荷を e とすると，2 個の陽子間に働く重力と電磁力の強さの比は $Gm_p^2/e^2 \sim 10^{-36}$ 程度であり，極めて小さい*1)．さて，マクロな物質は原子がアボガドロ数（$N_A = 6\times10^{23}$）程度，あるいはそれ以上集まったものである．そこで簡単のため，水素原子が N $(\gg N_A)$ 個詰まった物体を考えよう．この物体の質量は Nm_p である．物体内の原子間の距離 l をボーア半径程度 $l = \hbar^2/(m_e e^2)$ とする．体積を L^3 とすると $N = (L/l)^3$ である．この物体が最大でどの程度帯電できるかを考えてみよう．物体から電子を剥ぎ取ることで帯電が進み，物体内の静電ポテンシャルがある臨界値 V_c を超えると放電が起き中性化するとする．浅学にして V_c の具体的な値は知らないが $eV_c < m_e c^2$ と考えてまず間違いないであろう．ここで $m_e c^2$ は電子の質量エネルギーである．そこで $eV_c = fm_e c^2$

*1)　重力定数の具体的な値は $G = 6.67\times10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$ である．

$(f < 1)$ とおく．物体から剥ぎ取られた電子数，すなわち物体の電荷数を N_+ とする．静電ポテンシャルが臨界値 V_c に等しいと置いて

$$\frac{N_+ e^2}{L} = eV_c = f m_e c^2$$
$$\to N_+ = f\frac{m_e c^2 l}{e^2}\frac{L}{l} = f\left(\frac{\hbar c}{e^2}\right)^2 N^{1/3}$$
$$\sim 10^4 f N^{1/3}.$$

この最大限帯電した2つの物体間に働く電気力と重力の強さの比を評価すると

$$\frac{\text{重力}}{\text{電気力}} = \frac{G m_p^2 N^2}{e^2 N_+^2} \sim 10^{-44} f^{-2} N^{4/3}.$$

すなわち，たとえ $f \sim 1$ でも $N > 10^{33}$ であれば重力が常に電気力を上回ることになる．物体が大きくなればなるほど重力が完全に支配的となることが分かるであろう．

以下では，マクロの世界を支配する重力をまずニュートン理論で考察し，その最も重要かつ奇妙な性質「**等価原理**」を突き詰めると，自然な論理的帰結として（しかしコペルニクス的転回を伴って）一般相対論，すなわちアインシュタイン理論が導かれることを見ていこう．

2. 等価原理の不思議

まずはニュートン理論の復習をしよう．ニュートン力学の基本法則は以下の2つからなる．

1) 物体は外部から力が働かない限り等速直線運動をし続ける（運動の第1法則，あるいは慣性の法則）．

2) 物体の加速度 $d^2\vec{x}/dt^2$ は与えられた外力 $\vec{F}$ に比例し，物体固有の慣性の大きさに反比例する（運動の第2法則）．

これらを数式で表すと

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \frac{1}{M}\vec{F}. \tag{1}$$

ここで M は，物体の慣性の大きさを表す指標，**慣性質量**である．通常はこれを単に質量と呼ぶ．

ニュートンは (1) 式で与えられる運動の一般的法則を明らかにしただけでなく，運動を生む力としての万有引力，重力を発見した．すなわち，ある物体A（質点とする）の位置ベクトルを $\vec{x} = \vec{a}$ とすると，それによって

$$\phi_{\rm A}(\vec{x}) = -\frac{M_{G,{\rm A}}}{|\vec{x}-\vec{a}|} \tag{2}$$

で与えられる重力場（重力ポテンシャル場）$\phi_{\rm A}(\vec{x})$ が生じる．ここで $M_{G,{\rm A}}$ は物体Aの持つ重力場を生み出す力の指標である．これを**重力質量**という．

いま，別の物体B（これも質点とする）を位置 $\vec{x} = \vec{b}$ におくと，物体Bには

$$\vec{F}_{\rm A\to B} = -M_{G,{\rm B}}\,\vec{\nabla}\phi_A|_{\vec{x}=\vec{b}}$$
$$= -M_{G,{\rm A}}M_{G,{\rm B}}\frac{(\vec{b}-\vec{a})}{|\vec{b}-\vec{a}|^3} \tag{3}$$

なる力が作用する．ここで $M_{G,{\rm B}}$ は物体Bの重力質量である．よって，$M_{\rm B}$ を物体Bの慣性質量とすると運動方程式は

$$\left.\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}\right|_{\vec{x}=\vec{b}} = \frac{\vec{F}_{\rm A\to B}}{M_{\rm B}}$$
$$= -\frac{M_{G,{\rm B}}}{M_{\rm B}}M_{G,{\rm A}}\frac{(\vec{b}-\vec{a})}{|\vec{b}-\vec{a}|^3}. \tag{4}$$

ニュートンの偉大さは，ここに現れる重力質量と慣性質量の比 M_G/M が，物質によらない普遍定数であることを発見したことである．すなわち，

$$\frac{M_{G,{\rm A}}}{M_{\rm A}} = \frac{M_{G,{\rm B}}}{M_{\rm B}} = \frac{M_{G,{\rm C}}}{M_{\rm C}} = \cdots. \tag{5}$$

この普遍な比を $\sqrt{G}$ とおくと

$$\left.\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}\right|_{\vec{x}=\vec{b}} = -G\,M_{\rm A}\frac{(\vec{b}-\vec{a})}{|\vec{b}-\vec{a}|^3}. \tag{6}$$

この普遍定数 G をニュートンの重力定数という．この式は「すべての物体は，それを構成する物質の如何に依らず（慣性）質量さえ等しければ同一の重力場を作る」ことを意味する．また，重力が物質に依らない「万有」引力であることも意味する．(6) 式のさらに重要な点は「与えられた重力場が他の物体に及ぼす力は，物体の質量や構成物質によらずに，全く同じ加速度を与えるように働く」ことである．

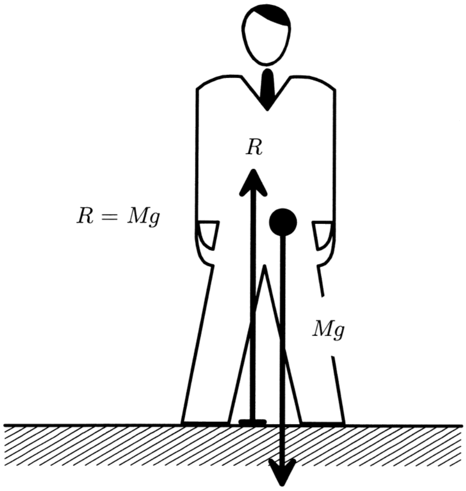


図 1　ニュートン理論では，我々は重力と地表面からの抗力とが釣り合った慣性系にいる．アインシュタイン理論では地表面からの抗力のみが「真の力」であり，我々は上向きに加速している．

これを等価原理という．等価原理のために，例えば地球の引力が地表面上の物体に与える加速度は，物体に依らずに一定の値，$g = GM_{\oplus}/r_{\oplus}^2 = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ で与えられる（$M_{\oplus}$ と $r_{\oplus}$ は，それぞれ地球の質量と半径）．

さて，等価原理を除けば，ニュートン理論では重力も他の力と同じ力である．すると，その自然な帰結として，地表面上にいる観測者は図 1 のように，重力による鉛直下向きの力 Mg と地表面からの鉛直上向きの効力 R が釣り合い，合力がゼロとなった慣性系にいることになる．運動方程式は鉛直上方向を z 軸として

$$M\frac{d^2z}{dt^2} = R - Mg = 0 \tag{7}$$

である．

ところで，ニュートン力学は**ガリレイの相対性原理**を満たす．ガリレイの相対性原理とは

> 等速直線運動をしている系（慣性系）は，速度の向きや大きさに拘らずすべて同等であり，同一の物理法則に支配される．

というものである．すなわち，運動方程式 (1) は $\vec{v}$ を定ベクトルとして

$$\begin{aligned} t &\to \bar{t} = t\,, \\ \vec{x} &\to \bar{\vec{x}} = \vec{x} + \vec{v}t\,, \end{aligned} \tag{8}$$

なる変換に対する不変性を持つ．ちなみに，この 1 つ目の式は「すべての慣性系に共通に均一に流れる時間」の存在を意味し，2 つ目の式は「一様で不変不動の空間」の存在を意味する．すなわち絶対時空の存在である．実はニュートン力学の最も基本的なこの絶対時空の概念とニュートン重力の最も重要な性質である等価原理は互いに相性が悪い．なぜか？

加速度の加わった非慣性系では，その加速度と反対方向に「見かけの力」，**慣性力**が働くことが知られている．例として，一定の加速度 a で加速している電車を考えよう．電車の中にいる人は座席にしっかりと座り，車両に対して静止しているとする．進行方向を x 軸にとり，座席から受ける抗力を R とすると，電車の外に静止した慣性系でのこの人の運動方程式は

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = Ma = R\,. \tag{9}$$

すると電車に対して静止した加速度系における x 軸方向の運動方程式は上の式で $x' = x - \frac{1}{2}at^2$ として

$$M\frac{d^2x'}{dt^2} = R - Ma = 0 \tag{10}$$

となる．ここで $-Ma$ が慣性力である．さて (7) 式と (10) 式とを見比べると，z 軸が x 軸に代わり，g が a に代わっただけで，その構造は全く同じである．すなわち慣性力もまた「物体の構成要素に依らずに同じ加速度を与える」のである．

これが意味することは非常に重要である．もし (10) 式で $-Ma$ を「見かけの力」と呼ぶのであれば，(7) 式の $-Mg$ も見かけの力と呼んでいけない理由はない．すなわち，重力は慣性力と全く区別がつかない．ニュートンの運動方程式に等価原理を適用すると重力は慣性力であると結論せざるを得ない．重力は真の力ではない !?

3. 重力の幾何学化

もう一度 (7) 式に戻って，今度は自由落下する物体を考えよう．すると地上に静止した系での運動方程式は

$$M\frac{d^2z}{dt^2} = -Mg. \tag{11}$$

ここで，物体とともに自由落下する系に移ると $z' = z + \frac{1}{2}gt^2$ として

$$M\frac{d^2z'}{dt^2} = 0 \tag{12}$$

である．すわなち，この系では完全に重力が消える．今，この観測者が，自由落下する窓のないエレベーターの内部にいてエレベーターとともに自由落下しているとすると，この観測者は自分が加速運動しているとは思わないであろう．力が全く働いていないのであるから自分は慣性系にいると判断するはずである．しかし，もちろん地球全体のスケールで考えると重力は実在している．でなければ，丸い地球の球面上から滑り落ちずにちゃんと立っていられることを説明できない．この問題の折り合いをどうつければよいか．

そこで，地球の丸さが問題になるほど巨大なエレベーターを考えよう．図 2 のように，この巨大エレベーター内に 2 つの静止した小物体を置くと，それらはエレベーターの落下とともにそれぞれ共に地球の中心へ向かって落下する．その結果，その 2 点間の距離 h は時間とともに減少する．これをエレベーター内で観測すると，2 つの小物体が互いに近づく方向に力を受けて運動しているようにみえる．今の場合，その加速度は

$$\frac{d^2h}{dt^2} = -\frac{GM_\oplus}{r^3}h \tag{13}$$

で与えられる．ここで，r は地球の中心からエレベーターまでの距離である．これは，重力が有限の大きさを持つ物体に働くと現れる力，**潮汐力**である．潮汐力は，その名のとおり太陽や月の重力が地球に働く際に，地球が有限の大きさを持つことによって引き起こされる潮の干満現象の原因である．

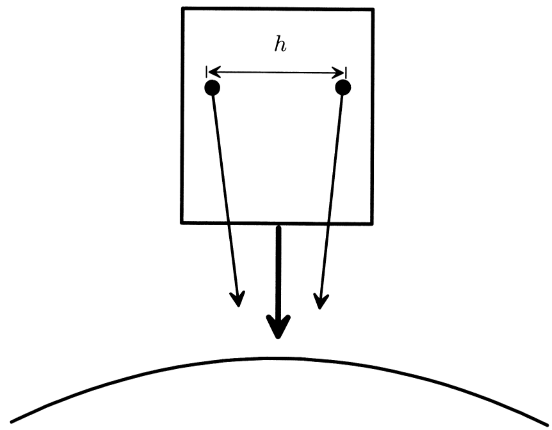


図 2　自由落下する巨大エレベーター内の離れた 2 点間に働く力（潮汐力）は消すことができない．

以上の考察から，(12) 式が成り立つ慣性系は地球の丸さが無視できるほど狭い領域でのみ意味を持つ，という結論を得る．この局所的な慣性系の概念を**局所慣性系**という．アインシュタインはガリレイの相対性原理を局所化した相対性原理を主張した．

> すべての局所慣性系は同等であり，同一の物理法則に支配される．

これに局所慣性系における光速度一定の原理を加えたものを**一般相対性原理**という．ところで，この原理を受け入れることは重力を慣性力とみなすことに他ならない．すなわち，重力＝慣性力はやはり全く正しい．図 1 の例で言えば，一般相対論では地表面からの抗力のみが真の力であり，我々は上向きに等加速度運動する系にいるのである．

この例から分かるように，重力は局所的には存在しないが，少しでも有限の広がりを考えると決して消すことができない．これは，重力が空間の広がりに付随した時空自身の性質であることを示唆する．例えば，地表面上の十分に小さい領域では，それが球面の一部であるのか平面の一部であるのかを区別することは全くできない．しかし太平洋全体のような大きく広がった領域を考えると，決して平面では記述できない球面であることが明確になる．そこでアインシュタインは，ニュート

ン力学における絶対時間と単なる入れ物としての平坦な空間，絶対時空の概念を捨てて，時空自身がグニャグニャと曲がることのできる物理的対象と考え，重力場とはその時空の曲がり具合のことと考えた．重力の幾何学化である．

平坦な空間では (x, y, z) という直交座標を空間全体にわたって張ることが可能であったが，曲がった空間では最早それはできない．しかし，考えてみれば座標とは場所を示すための単なる指標に過ぎない．よって直交座標に拘る必要はない．一般相対論では時間座標の取り方さえも自由である．そして，もちろん，物理法則は座標の選び方には全く依存しない．このことを**局所共変性**という．

曲がった時空を記述する数学をリーマン幾何学という．時空の一般座標を x^μ $(\mu = 0, 1, 2, 3)$ としよう．ここで $x^0 = ct$ は時間座標である．このとき，十分に近い 2 点 x^μ と $x^\mu + dx^\mu$ との間の距離の二乗 ds^2 は座標が時空上の滑らかな関数であれば

$$ds^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{14}$$

と表される．この添字を 2 つ持つ量 $g_{\mu\nu}$ を**計量テンソル**という．一般に $g_{\mu\nu}$ は座標の関数であり，定義から $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ である．ds^2 は座標不変な概念であり，リーマン幾何学の基本量である．

曲がった時空の幾何学的性質は，リーマンの**曲率テンソル**と呼ばれる，ベクトルの「足」（添字）を 4 つ持つ量 $R^\alpha{}_{\beta\mu\nu}$ で決まる．その成分は $g_{\mu\nu}$ の 2 階微分で与えられ (長さ)$^{-2}$ の次元を持つ．因みに地球が作る時空の曲率の大きさは，上の潮汐力の式 (13) の右辺の h の係数を光速 c の 2 乗で割ったもの，すなわち $GM_\oplus/(r^3c^2)$ で与えられる．

曲率テンソルには，その添字の間に様々な対称性があり，4 次元時空における代数的独立な成分は 20 個である．曲率テンソルの 1 番目と 3 番目の添字を等しくして和を取ったもの

$$R_{\mu\nu} \equiv \sum_{\beta=0}^{3} R^\beta{}_{\mu\beta\nu} \tag{15}$$

をリッチテンソルという．また，計量テンソルの逆行列 $g^{\mu\nu} \equiv (g^{-1})^{\mu\nu}$ を使って $R_{\mu\nu}$ の添字の和を取ったもの

$$R \equiv \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}\,, \tag{16}$$

をリッチスカラーあるいはスカラー曲率という．そしてリッチテンソルとリッチスカラーの線形結合

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \tag{17}$$

をアインシュタインテンソルという．$G_{\mu\nu}$ は添字 μ, ν に関して対称（$G_{\mu\nu} = G_{\nu\mu}$）であり，その代数的独立成分は 10 個である．

アインシュタインは，曲率テンソルの 20 個の成分のうち，$G_{\mu\nu}$ で与えられる 10 個が物質のエネルギー運動量密度によって局所的に直接決まるとして一般相対論を構成した．すなわち，

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}\,. \tag{18}$$

これが**アインシュタイン方程式**である[1]．右辺の $T_{\mu\nu}$ は物質のエネルギー運動量テンソルであり，T_{00} はエネルギー密度, T_{0i} はエネルギー流束, T_{ij} はストレス（圧力）テンソルを表す（ラテン文字 i, j は空間座標の足）．

20 個ある曲率テンソルの成分の 10 個だけが局所的な物質分布で決まる，という事実は重要である．このため，残りの直接局所的には決まらない成分が物質のない真空でも存在し得る．すなわち，時空は真空であっても曲がるのである．物理的には重力が「場」として真空中を伝播することを意味する．太陽の周りを地球が公転するのも，太陽によってその周辺の時空が歪むからである．そして時空のさざ波・重力波の存在が予言されるのである[2]．

4. 宇宙・時空，そして…

一般相対論によって時空は物質を入れる単なる箱ではない，動的な物理的対象となった．その結果，我々の宇宙そのものも実は動的に変化するも

のであることが明らかになった．アインシュタイン方程式を宇宙全体に適用した方程式を**フリードマン方程式**という．宇宙の計量を

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2]$$

とし, 宇宙のエネルギー密度を ρc^2 とするとフリードマン方程式は

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{19}$$

で与えられる．ここで簡単のため宇宙の空間計量は平坦であるとした．空間計量の前の係数 a を宇宙のスケール因子といい，ある一定の長さのものさしに対する宇宙の相対的な大きさを表す．

(19) 式から明らかなように，フリードマン方程式は宇宙がその中にある物質のエネルギーによって膨張あるいは収縮をすることを予言する．そして確かに我々の宇宙が膨張していることが1929年にハッブルによって発見された．そしてその後の研究の発展によって，前世紀末までに宇宙誕生後少なくとも1秒くらいの時期にはこの宇宙が非常に高温・高密度の火の玉宇宙であったというビッグバン理論の正しさがほぼ完璧に検証されている．

さらに，今世紀に入って，宇宙誕生後約 10^{-35} 秒という極めて初期に宇宙が指数関数的な膨張をしたという**インフレーション宇宙理論**の観測的検証が現実性を帯びてきている[3)]．ここで重要な点は，インフレーション宇宙理論の検証が力の統一理論の検証という側面を持っていることである．宇宙年齢が 10^{-35} 秒の頃の宇宙は温度に直すと 10^{28} K，エネルギーで 10^{15} GeV という超高エネルギーの時代であり，その頃の宇宙を支配していた力を検証することは，即統一理論の検証につながるからである．

しかし，インフレーション宇宙がたとえ実証されても，本当の宇宙の始まりが分かったことにはならない．インフレーション宇宙の成否に関わらず，一般相対論は，極めて一般的な状況下で宇宙の始まりが特異点であったことを予言するのである．この特異点の解消こそが，一般相対論を越えた新しい理論が説明すべき最も重要な要素と言っても過言ではない．そして，この特異点問題は重力の量子論，**量子重力理論**によって解決されるだろうと考えられている[4)]．

しかし，量子力学と一般相対論とは，それぞれの理論を突き詰めた状況を考えると互いに矛盾した（と少なくともみえる）予言をする．ちょうど100年前にニュートンの重力理論とマックスウェルの電磁気学が相容れなかった状況と似ている．100年前の経験では，ニュートン重力からは等価原理のみを残してすべて捨て，電磁気学では特殊相対性原理を局所化する，という2つを合わせて初めて一般相対論が完成した．一般相対論と量子論に関しても，それぞれが持つ本質のみを残した新しい理論の枠組み・原理が必要であることを意味しているのであろう．

最近，そうした新たな原理として注目を浴びているものに**ホログラフィー原理**[4)]というものがある．ホログラフィーはご存知の読者も多いと思うが3次元的映像を2次元面上に再現する技術である．ホログラフィー原理は，これと同様に空間 D 次元の理論が実はその空間の境界上の理論，空間 $D-1$ 次元の理論によって表現できると主張する．そして，超弦理論においてはそれが実現しているらしいという状況証拠が最近次々と発見されているのである．しかもそれは D 次元の量子重力理論が $D-1$ 次元の平坦な空間の場の理論によって表されるというものである．

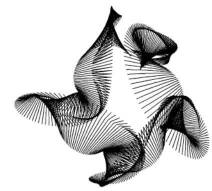
このようにホログラフィー原理は，時空とか次元とかいう概念自身の意味を考え直させる．理論物理学に新たなパラダイムシフトが近づいているのかもしれない．

参考文献

1) アインシュタイン方程式の詳しい導出は，例えば佐々木節『一般相対論』，産業図書 (1996).
2) 中村卓史編著『重力波をとらえる』，京都大学学術出版会 (1998).
3) 「数理科学」特集：素粒子的宇宙論の新展開—ミクロとマクロの新パラダイムへ—2003年2月号.
4) 別冊数理科学 2009年10月号「量子重力理論」.

（ささき・みさお，京都大学基礎物理学研究所）

光と電子
QEDの誕生とその検証



仁尾　真紀子

1. 序に代えて

ちょうど今頃の季節，夏の夕方，西の空に夕焼けが広がり，辺り一面がオレンジ色に染まることがある．何もサンセットと名のついた観光名所に行かなくても，気象の偶然に出会う幸運と，空を眺めてたたずむわずかの余裕が観測者にあれば，東京でも息を呑むような光景に出くわすことができる．この圧倒的な光の美しさを目にして，感動を覚えないものは少ないだろう．もちろん，この夕焼けも物理現象の一つである．米国の文系の大学生に向けた，最も初歩の物理の科目は，その名もずばり「なぜ，空は青いか？」．その中で夕焼けという現象は，レイリー散乱と呼ばれる古典電磁気学で説明されている．そんなことは何も知らなくても，しゃべり始めたばかりの幼子でさえ，夕焼けの光の美しさは感じることができる．

この原稿では，光りの別な美しさ，「量子電磁気学的な美しさ」に触れてみたい．この美を，夕焼けに見とれる子どもと同じように，しっかりと体感してもらうためには，やはり，多少の説明が必要であろう．しばらくおつきあいをお願いしたい．

2. 古典電磁気学での発散の問題

量子電磁気学に入る前に，古典電磁気学を少しばかり復習しておこう．マックスウェルがその見事な洞察力で，電気と磁気をマックスウェル方程式にまとめ上げて以来，電磁気学は微分方程式をどのような条件の下で解くかに帰着してしまった．物理としての問題は終わったかに思えるのだが，実際に解くと，これが存外，難しい．ここでは質量 m で電荷 e の電子とその周りの電磁場との系を考えよう．ことはすべてマックスウェル方程式とニュートンの運動方程式で決められているはずだ．

電子の位置を $\boldsymbol{x}_e(t)$ とすると，点電荷の運動によって作り出される電荷密度 $\rho(\boldsymbol{x},t)$ と電流密度 $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{x},t)$ はディラックのデルタ関数 $\delta(x-y)$ を用いて

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{x},t) = e\frac{d\boldsymbol{x}_e(t)}{dt}\delta^3(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_e),$$
$$\rho(\boldsymbol{x},t) = e\delta^3(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_e)$$

と表される．この場合のマックスウェル方程式は

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},t)+\frac{\partial\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}=0, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},t)-\frac{\partial\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}=\boldsymbol{j}(\boldsymbol{x},t), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{D}(\boldsymbol{x},t)=\rho(\boldsymbol{x},t), \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)=0 \tag{4}$$

となる．真空中を考えているので，電場 $\boldsymbol{E}$，磁場 $\boldsymbol{B}$ として $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}/\mu_0$, $\boldsymbol{D}=\epsilon_0\boldsymbol{B}$ となる．μ_0, ϵ_0 はそれぞれ真空の透磁率と誘電率でともにSI単位系では定義量である．一方，電子の運動はローレンツ力が運動方程式を与え，

$$m\frac{d^2\boldsymbol{x}_e(t)}{dt^2}=\rho(\boldsymbol{x}_e(t),t)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_e(t),t)+\boldsymbol{j}(\boldsymbol{x}_e(t),t)\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_e(t),t) \tag{5}$$

である．これらの式を用いた実際の計算は教科書[1]を見ていただくとして，この式からどのような現象が起こり得るはずかを考えてみる．

高校の物理で一度は解いた問題に，一様な静電場中の電子の運動がある．(5) 式のローレンツ力のうち，磁場を 0 ($\boldsymbol{B}=0$)，電場 $\boldsymbol{E}$ を定数ベクトルにし，与えられた初期条件の下で運動方程式を解くのが常套手段である．荷電粒子は電場によって加速され，当初は静止していたとしても，速度を持ち始める．最初に電流密度 $\boldsymbol{j}$ は 0 であっても，時間がたつと 0 ではなくなる．(2) 式のアンペール–マックスウェルの関係式の右辺は 0 ではなくなり，電流密度 $\boldsymbol{j}$ が存在すると，その影響によって左辺に磁場 $\boldsymbol{B}$ が生じる可能性が見てとれる．事実，まじめにマックスウェル方程式を解くと，加速度を受けて運動する電子からは電磁波が放出されることがわかる．兵庫県西播磨にある SPring8 はこの仕組みを利用して放射光を発生させ，色々な実験に利用している．

とすると，もはや (5) 式のローレンツ力のうち，問題として与えられた静電場の存在だけでは事足りない．電子の運動から生じた電磁波の成分である電場と磁場，そこから電子が受ける力も考えなくてはならないはずである．これを計算すると，電子の受ける力は無限大となってしまう．静磁場でも同様のことが起こり，SPring8 の安定運用などあり得ないことになり，経験的な事実と大きく矛盾する．実際には，電磁放射の反作用によって受ける電子の運動の寄与はすこぶる小さいのである．これを示すために，古典電磁気学から量子電磁気学へと舞台を移す．

3. QED の誕生

量子電磁気学（公式には**量子電気力学**と訳されるらしい），**Quantum Electrodynamics**（**QED**）が，「使える物理理論」として世に認知されたのは 1947 年から 1948 年のことである．第 2 次世界大戦のマンハッタン計画に知的戦力として借り出されていたアメリカの物理学者たちは，戦後数年たって，ようやく自由に研究討議を行えるようになっていた．そして開かれたのが科学史上で最も重要な会議の一つ，1947 年のロングアイランド，シェルター島での「量子力学の基礎に関する会議」だ．この会議で最も関心を集めた話題の一つが，ラムによる水素原子のエネルギー準位の測定に関する報告だった．

量子力学でクーロン静電場中の電子のシュレーディンガー方程式を解くと，水素原子の $2S$ と $2P$ の準位は完全に縮退していることがわかる．ところが相対論的な量子力学，ディラック方程式を解くと，$2S(J=1/2)$ と $2P(J=1/2,3/2)$ のうち，軌道角運動量と電子のスピン角運動量の和 $J=1/2$ と $J=3/2$ の間に分裂が起こる．これが**微細構造**だ．ラムとレザフォードが発見したのは，相対論的効果を勘定してもなお縮退しているはずの $2S(J=1/2)$ と $2P(J=1/2)$ の間の 1058 MHz の差である．実は，この 2 準位が分裂しているのではないかというスペクトルの測定結果は，第 2 次世界大戦前，すでに 1938 年には報告されていた．しかし，1940 年の実験では確認できず，その後うやむやのままにされていた．戦争中のマイクロ波技術の進展もあって測定の精度が良くなり，ようやく戦後に分裂の存在が確認された．今日では他の主量子数でも同種の分裂が見つかっており，$2P$ と $2S$ の差は歴史的な畏敬も込めて，**古典的ラムシフト**と呼ばれている．

ラムシフトの発見がもたらした波紋は大きかった．肩肘を張らない気楽な雰囲気のシェルター島会議で，ファインマン，シュウィンガーらそうそうたるメンバーが膝つき合わせて座り込んで議論をしている姿が図 1 の写真に残されている．

彼らの議題の一つが，「ラムシフトはなぜ生じるか？」であったことは想像に難くない．そしてその場で答えとして「量子電磁気学，QED の効果」が出たことも，ほぼ間違いないであろう．彼らに宿題として残されたのは，「では QED をどのように適応すれば，実際に観測したラムシフトの値を数値として得ることができるか？」であった．この最後の問いが，当時の理論物理学者の頭を悩ま



図 1　シェルター島会議での議論の様子．立っている人の左から 1 番目がラム，3 番目がワイスコップ，右から 2 番目がシュウィンガー．座っている人でパイプを持っているのがオッペンハイマー，ペンを持って説明しているのがファインマン（National Academy of Sciences より許可を得て掲載）．

せた難問だった．

この問題は，単に計算の方法を探るといった表層的なものではなく，実は，素粒子の本質に由来する奥の深いものだった．ディラックが電子に対する相対論的量子力学の方程式を書き下してすぐ，電子も光子と同じく多体粒子系としての「場」で記述されるべきものであると認識されていた．ディラック方程式は電子とともに陽電子をその解として含んでいる．陽電子は，無限の電子がぎっしりと詰められた状態の真空から，電子が飛び出したとき，その真空に空いた穴であるとディラックは考えた．すると，電子 1 個，あるいは陽電子 1 個の運動を考えた場合でも，真空に無限にある電子との相互作用を考えなくてはならない．ディラック方程式は単一粒子に対する方程式でありながら，本質的に電子は電子場として扱うべきであると示唆していたのである．無限個の量子化された粒子を扱う方法は，ディラック方程式以前にすでに電磁場の量子化として知られていた．こうして電子も光子も「場」として扱う QED が生まれた．

QED を適用して物理量の計算を行う．例えば電子と光子の散乱の断面積を求めることにしよう．QED は無限の電子と光子を扱う多体系であるので，正確に解くことは難しい．そこで，近似法を使う．**摂動論**と言う．正確に解ける場合の解の周りに，残りの相互作用を微小な摂動効果として評価する．この方法を使うと QED の第一近似では電子–光子散乱の断面積はあらゆるエネルギー領域での実験結果をよく再現する結果が得られる．そこでもう少し精密に計算しようと摂動の次数をあげる．すると，とたんに計算結果が無限大に発散してしまう．現実の物理量には，もちろん発散などない．1930 年代の QED に対する最も厳しい批判は，この発散の存在に対してであった．光子にしても電子にしても，点粒子として扱う限り，無限の近傍にまで粒子間の距離が近づくような場の配位が許されることになり，そのため場の理論では発散が不可避となる．この発散を処理するために考え出されたのが，**くりこみ**だ．

シェルター島会議では，クラマースが彼の質量くりこみのアイデアを披露した．実際に観測する電子の質量は，光子との相互作用もすべて含んでいる．これは自由電子でも，水素原子中に束縛されている電子でも同じだ．どちらの電子も量子的な揺らぎにより，質量への補正を受ける．この揺らぎを計算すると無限大に発散してしまう．しかし，観測される電子の質量は，この量子揺らぎも含めて，有限の量である．無限大の量子揺らぎを，決して観測されることのない粒子の裸の質量に丸め込んでしまい，結果として有限質量の電子が観測されていると解釈しようというものである．

この質量くりこみのアイデアをラムシフトに適応して計算を行ったのがベーテである．シェルター島からの帰りの汽車の中で，封筒の裏に計算を行ったと伝えられている．ベーテの計算では，電子の運動は非相対論的に扱われており，電子の質量よりも重いような高エネルギー領域からくる量子揺らぎの寄与については正しくない．従って，この計算は電子の質量と同じオーダーの量である切断エネルギー Λ を含んでいる．くりこみを行う前は Λ に比例する項が存在するが，質量くりこみ，つまり自由電子の場合にうける質量補正項を引き去ると，この項が消え，対数関数 $\ln\Lambda$ の依存性のみが残る．この Λ に実際の電子の質量を代入してみ

ると，ベーテの結果はよく実験値を再現する．この後，1948年にはファインマンが，Λ 程度より上の高いエネルギー領域からの寄与を求めた．この計算には電荷のくりこみも必要となる．ラムシフトへの全寄与はこの高低2つの寄与を足し合わせればよいように思われるが，細心の注意が必要で，ワイスコップとフレンチによって初めて正確に2つの解がつなぎ合わされた．最終的な答えからはもちろん人為的な切断エネルギー量 Λ は消え失せている．同様の結果は，クロルとラムによっても求められた[2]．

この実験的なラムシフトの発見とベーテの計算は，一般週刊誌「タイム」にも掲載され，戦後の混乱からようやく抜け出そうとしていた日本にも届けられた．この記事を読んだ朝永振一郎のグループは，ただちにラムシフトを求める計算に取りかかった．日本の物理学者たちは米国での進展とは全く独立に，ラムシフトを直ちに計算できるだけの理論の枠組みをすでに作り上げていたのである．1943年には，朝永は日本語で「理研彙報」の中に場を相対論的に量子化する方法について報告している．この論文の英語訳は，1946年に湯川秀樹らが創刊した日本初の理論物理学の専門雑誌，*Progress of Theoretical Physics* の1巻に掲載され，ノーベル賞の対象論文となっている[3]．終戦直後の食料も満足に手に入れられない状況で，住むところもままならないまま家族を守りつつ，世界の第一線を凌駕する研究を続けていたのである．

こうしてラム，ベーテ，ファインマン，朝永と多くのノーベル賞学者をも巻き込んだラムシフト騒動の末に，ようやくQEDは，物理量を計算によって予言できる理論として，その第一歩を踏み出した．

4. QEDのくりこみとは？

くりこみを用いることでQEDはラムシフトの現象を定量的に説明することがわかった．この成功から大きくは2つ，学ぶことがある．一つは，「電子や光子のような素粒子を記述するには，場の理論が最適である．」ということ．もう一つは，「場の理論においてはくりこみが重要な役割を果たすこと．」である．

一つ目の場の理論に関しては，QEDの成功は，やがて1960年代から70年代にかけてのクォークとグルーオンを主役として強い力を記述する量子色力学（QCD）や，電弱統一理論へと広がっていった．これらについてはこの特集号にある日笠健一氏，初田哲男氏や浜口幸一氏らの記事を参考にしていただきたい．

二つ目のくりこみについては，QEDの誕生当時，朝永やダイソンなどQEDを創った人々でさえ，くりこみは単なる便法であって，本質的ではないと考えていた．朝永はくりこみを「膏薬みたいなもの．」と言い[4]，ダイソンはQEDを「jerry-built structure」と表現し，こんな頼りないものは「本物の理論にすぐにとって代わられるであろう」と思っていたそうだ（もっとも，この「ジェリー」はどうも2006年に電子の異常磁気能率の最新測定結果を発表したガブリエルスの愛称にかけたジョークらしい）[5]．

くりこみの本質について，最初に明らかにしたのは，ウィルソンである[6]．くりこみとは，非常に短い距離での量子的な揺らぎを足し上げ，それを均して十分遠方から眺めたとき，どのように見えるかという操作である．場の理論の場合は，点粒子間の距離をどんどん短くし，0に持って行く場合に発散が起こってしまう．従って，そこのところをうまく自己矛盾のないように扱わなければならない．QEDの摂動展開の場合は，相互作用定数 e と，物理系の典型的なエネルギースケールである電子の質量 m_e と切断エネルギーの Λ との比 m_e/Λ，この2つのパラメタによる，二重展開を行うことでコントロールしている．古典力学や量子力学での摂動展開が，摂動項の相互作用定数 e のみでの展開であったことと比べると，この点が大きな違いである．

QEDの場合，さらに詳しく調べると，切断エネルギー Λ を大きな値に動かすにつれ，遠方から眺めた場合の相互作用定数 e の値が大きくなる傾

向がある．Λ の値が大きい場合は，e と m_e/Λ がもはや同じ程度の大きさにはならず，二重展開そのものが破綻してしまう．QED では切断エネルギー Λ を無限大に飛ばすことができず，理論自身にどうやら適応限界のエネルギースケールを内在していることを示唆している．QED は適応限界スケールのない，「正しい」場の理論ではあり得ない可能性が高い．

5. QED の精密検証

QED はその誕生から 60 年を経た．QED は，どうやら場の理論としては，ある上限エネルギーまでは使える有効理論であるらしい．その上限エネルギーとはどのくらいか？ 電子のような軽い粒子が主役で，しかもゆっくりと運動している場合ならば，QED は十分に有効理論として働くはずである．これまでの QED の計算による結果はすべて切断エネルギー Λ を無限大に飛ばした計算であるが，それらは現実の物理現象を非常によく再現している．ということは，上限エネルギーはかなり高いということになる．実際にどの程度まで，現実の観測量を計算から再現できるのかを見てみよう．

ここでは，最も QED を精密に検証できる系として，単体の電子を取り上げる．電子はスピン 1/2 で，磁石としての性質（磁気能率）を持ち，磁気能率と外部磁場との間に相互作用が生じる．磁気能率の値はボーア磁子という磁石の単位に g 因子という数字をかけて表す．ディラック方程式からは，この g 因子は，正確に整数の 2 であることが知られている．

この g 因子を初めて測定したのは，1948 年のクッシュとフォリーである．ラムシフト発見と同じ年だ．当時の最先端技術，マイクロ波を使って，外部磁場中のガリウム原子のスペクトルを詳細に測定することにより見つけた．彼の測定によると g は 2 からわずか 0.1%だけ大きな値を持つ．この g と 2 の差を**異常磁気能率** a と呼び

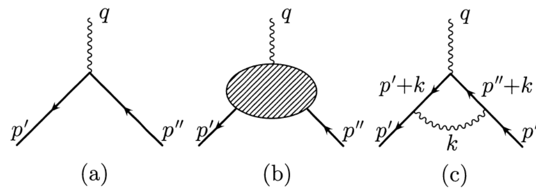


図 2　QED の頂点関数のファインマン図．波線が光子，直線が電子を表す．(a) 最低次の図で電子の外部磁場による散乱を表すファインマン図．(b) 一般電子異常磁気能率に寄与する一般のファインマン図の概略．(c) 2 次の摂動による補正項を示したファインマン図．

$$a = \frac{g-2}{2} = 0.001\ 19 \pm 0.000\ 05 \qquad (6)$$

と報告された．このわずか 0.1%の差を憂え，これを QED によって説明したことで，その背後に大きく広がる場の理論の世界を開拓した一人が，シュウィンガーである．この計算での QED の摂動論を，ファインマン流のポンチ絵，通称**ファインマン図**で表すと図 2 のようになる．外部磁場を表す光子が運動量 q を持つ波線である．直線が電子．点粒子が線になっているのは，時間的な推移を表している．図 2 (a) の状態がディラック方程式の示唆する $g=2$ に相当する．摂動論の 2 次では 1 個の光子の補正が加わる．電子が光子を 1 個放出し，同じ光子を再吸収する．図 2 (c) を見てほしい．相互作用点 1 個につき電荷 e がかかるので e^2 の補正項を与えることになる．一般的な QED の教科書に載っている相対論的な不変性を明示的に保つ計算方法を採用すると，この図の場合，電子 g 因子に寄与する項には発散がなく，くりこみなしで計算できる[2)]．その値は

$$a = \frac{\alpha}{2\pi} = 0.001\ 16\cdots \qquad (7)$$

と求められ，α は微細構造定数で，SI 単位系では

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c 4\pi\epsilon_0} = 1/137.03599\cdots \qquad (8)$$

である．ここで，$\hbar = h/(2\pi)$ で h はプランク定数である．残り c は光速，ϵ_0 は真空の誘電率で SI 単位系ではともに定義により定められた量であ

る．従って，微細構造定数 α は本質的に電磁相互作用の強さ e と量子論の揺らぎ h を反映した数である．

電子の異常磁気能率の実験は，デーメルトによって画期的な進歩を遂げた．金属空洞中の電磁場の中に単一電子を捕獲し（**Penning Trap** と言う），その電子のエネルギー準位間の遷移振動数を測定することに成功した．これにより g 因子の測定精度が飛躍的に上昇し，1987 年の発表値は

$$a = 0.001\ 159\ 652\ 188\ (4) \tag{9}$$

と驚異的な精度を得た．括弧内の (4) は不確定性が最後の一桁の数字に相当していることを示している．

「ジェリー」・ガブリエルスは，原理的には同じ Penning Trap の方法を，円筒形の金属空洞に適用し，解析的に予想した共鳴周波数を避けて実験を行い，さらに一桁，高い精度に到達した．デーメルトからは「円筒形は無理だ．」と断言されたらしいが，ガブリエルスは 20 年を費やして測定を成功させている．

QED の理論計算のほうはどうだろうか．デーメルトの実験値と同じ程度の精度でも 8 次 α^4 の補正項，ガブリエルスの実験値となると 10 次 α^5 の補正項が必要になる．シュウィンガー項 α の次には 4 次 α^2 の補正項が来るが，くりこみが必要になる．色々な計算間違いもあり，ようやく 1957 年に図 3 にある全 7 個のファインマン図からの正確な値が求められた．ここまでは，まだ紙と鉛筆で何とか計算可能である．

この先，α^3 より上の補正項は，コンピュータなしでは計算できない．まずは数値計算の方法を用いて，ファインマン図からの寄与を計算する方法

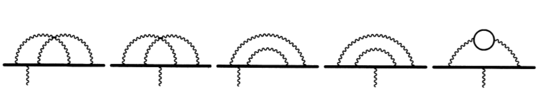


図 3　QED の 4 次の摂動効果による頂点関数のファインマン図．波線が光子，直線が電子を表す．左右反転で重なるものは省略したので，全部で 7 個の図がある．

がある．これは木下東一郎によって開発された[7]．1966 年にスイスの CERN に滞在していた木下は，そこでできたてほやほやのミュー粒子異常磁気能率の測定実験データを見せられた．その実験の精度に触発されて，木下は QED のレプトン粒子における異常磁気能率 α^3 の項の研究にとりかかった．数値計算を行う上での問題点はここでもくりこみである．コンピュータは有限の数しか扱えないが，その中でどのようにして発散のある QED の計算を実行するかである．さらに，最後の答えが，電磁場の持つ**ゲージ対称性**を尊重しているように，慎重にくりこみを行わなければならない．これらの問題を解決して全 72 個のファインマン図から電子の g 因子への寄与を初めて数値計算結果として木下らが発表したのが 1972 年である．1996 年にレミディらによって得られた解析解と木下の数値計算結果は見事に一致していた．

α^3 の値が得られたことで，理論値の精度は，前年 1971 年のミシガン大の電子 g 因子の実験精度を上回ることになった．これで QED の計算はもう卒業だと思っていた木下に，デーメルトが 10^{-12}，つまり α^4 に相当する精度まで g 因子を測定できると伝えた．木下はすぐにも α^4 の計算，全 891 個のファインマン図の評価にとりかかった．α^4 の計算を 1980 年代に行うことは何とも野心的な挑戦だった．1 行ごとにパンチカードに穴を開けてプログラムを作っていた時代に，合計で 20 万行にもなるプログラムを要する数値計算を始めたのである．α^4 の計算はその膨大さ，煩雑さゆえに木下を追随できるものがない状態が長く続いた．

2002 年頃から，筆者らは木下とともに電子の α^5 の項，全 12672 個のファインマン図の計算を行うプロジェクトを開始した．あまりにも膨大な計算なので，それらを計算するための数値計算プログラムの生成の自動化を図った．自動化システムの検証も兼ねて，低次ファインマン図の寄与の再計算も行った．自動化にあたり，木下がかつて α^4 の計算に使用したものとは一部において別の計算方法を採用したことで，完全に独立なプログラムセットを供給できることになった．α^4 項の計算

は，ようやくこの自動化プログラムによって独立なチェックがなされた．2つの計算結果が誤差の範囲で完全に一致していることから，8次 α^4 項も確立されたと言えよう．

10次，α^5 の項の計算は，2009年にようやく12672個のファインマン図に相当する全プログラムが完成し，数値計算も最終段階へと入っている．近々，10次の寄与を発表できるだろう[7]．

ここまでのQEDの結果を使って，理論値と実験値を比較してみよう．理論値には α^4 までの値と，わずかではあるがハドロンの寄与と弱い相互作用の寄与が入っている．QEDはその相互作用定数である微細構造定数 α の値については何も言っていない．そこで，α の値は他の実験で決めたものを持ってくる．現在，最も精度の良いものは，冷却原子の実験から得られている．一つは，チュー（米国エネルギー庁長官）らによるセシウム原子の実験から求めたもの，もう一つはビラベンらによるルビジウム原子の実験から決めたもので，ともにプランク定数と原子の質量の比を与える．そこからリュードベリ定数など他の詳しく知られている物理量を介して，微細構造定数を求めることができ，それぞれ

$$\alpha^{-1}(h/M_{Cs}) = 137.03600000(110),$$
$$\alpha^{-1}(h/M_{Rb}) = 137.03599884(91)$$

である．これをQEDの摂動展開に代入し，実験値と比較する．上からセシウム原子およびルビジウム原子で決めた α を用いた理論値，一番下が2008年のガブリエルスの実験値である：

$$a(\text{理論}:Cs) = 0.001\ 159\ 652\ 172\ 99\ (934),$$
$$a(\text{理論}:Rb) = 0.001\ 159\ 652\ 182\ 79\ (773),$$
$$a(\text{実験}) = 0.001\ 159\ 652\ 180\ 73\ (28)$$

となる．理論値の不確定性(934)と(773)はともにほとんどが微細構造定数の値から来ており，QEDの摂動計算による不確定性質は(39)程度である．チューらのグループでは重力の影響を排除できる国際宇宙ステーションでの実験を希望しており，実現すればもう一桁高い精度の微細構造定数 α が求められ，電子 g 因子における理論と実験のさらに厳密な検証が可能になる．

多数の発散構造を抱え，数多くの，それこそ何百万もの計算項を足したり引いたりした挙げ句のQEDの計算結果が，9桁も実験結果を再現することは，奇蹟にも思える．観測される電子の質量と電荷をくりこまれた量として摂動展開に使用しているため，摂動展開がとても有効的に働いていること．さらにQEDの持つ対称性，とくにゲージ対称性のしばりがきつく，そのため発散の無限大から曖昧さなしに有限量を取り出せること．この2つの理由で，理論と実験の美しい一致を見ることができたのである．

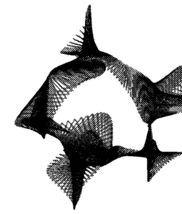
参考文献

1) 砂川重信著『理論電磁気学』紀伊国屋書店．
2) スティーブン・ワインバーグ著，青山秀明・有末宏明訳「場の量子論」2巻，『量子場の理論形式』，吉岡書店．
3) S. Tomonaga, *Prog. Theor. Phys.* Vol.**1** (1946) 27.
4) 木下東一郎「QEDの精密計算と朝永理論—電子とは一体何だろうか」，岩波書店「科学」2006年4月号 (Vol.76, No.4).
5) F. Dyson, June 2006, letter to G. Gabrielse.
6) K.G. Wilson and J.B. Kogut, *Phys. Rept.* **12**, (1974) 75.
7) T. Kinoshita, “*Lepton g−2 from 1947 to Present*”, in “*Lepton Dipole Moments*” edited by B. Lee. Roberts and W.J. Marciano, Dec. 2009, World Scientific.

（にお・まきこ，理化学研究所仁科加速器研究センター）

弱い力

縁の下の…



日 笠　健 一

1. 弱い力とは

あらゆる自然現象の根源である素粒子間の4力のうち，弱い力は一番なじみのない力ではないだろうか．重力と電磁力は高校の物理でもおなじみ．強い力はいわゆる核力の源である．核力とは，原子核内の陽子・中性子（まとめて**核子**）間に働く力で，陽子間の電磁力による反発力に打ち勝つ引力として原子核の存在を保証している．このためには電磁力より強くなければならないので強い力という名前はふさわしい．強い力がなかったとすると，原子核はばらばらに分解してしまうので，元素は水素しかないという奇妙であるが単純な世界が出現することになる．

強い力は水素原子核（陽子）の大きさ程度の距離，すなわち $10^{-15}\,\mathrm{m}$ の距離以内でしか伝わらない「短距離力」である．このため，強い力の作用は日常現象においては感知されない．いわゆる原子力エネルギーはこの強い力に由来するエネルギーであって，「原子」というよりは「原子核」のエネルギーである．一方，原子を形作っている力は，原子核と電子の間の電磁力である（原子の大きさ $10^{-10}\,\mathrm{m}$ では強い力は届かないし，そもそも電子は強い力を感じない）．一般に化学反応は電子が原子間でやりとりされることから起こる．例えば燃焼のような化学反応で解放されるエネルギーは，電磁力に起因している．発電を例にとると，水力，火力，原子力発電は，それぞれ重力，電磁力，強い力のエネルギーを利用している．このように，これら3つの力は我々の存在や生活に深く関わっている．では弱い力に話題を移すことにしよう．

ものの本によく書いてあるのは，弱い力は**ベータ崩壊**を引き起こす力ということである．ベータ崩壊とは，不安定な原子核の壊れ方の一つである．19世紀末に，ベックレルは放射線を発見した．放射線は高いエネルギーを持つ何者かであるが，ラザフォードらにより，これには透過力の違いや電荷により3つの種類があることがわかった．これらは α 線，β 線，γ 線と名付けられた．実は，α 線はヘリウム4の原子核であり，β 線は電子，そして γ 線はエネルギーの高い光（光子）である．これらすべてに共通なのは，不安定な原子核が他の原子核に変化する際に放射線を放出するということである．しかし，それぞれの起源はすべて異なる．

α 線を出すアルファ崩壊は，重い原子核が分裂してヘリウム4の原子核を放出する現象である．原子核を**原子番号**，**質量数**を用いて (Z,A) と書けば（原子番号は陽子の数，質量数は陽子と中性子の数の和），アルファ崩壊は

$$(Z,A)\to(Z-2,A-4)+\alpha \qquad (1)$$

と書くことができる．α は $(2,4)$ と表せるので，反応の前後で陽子の総数と中性子の総数は変化していない．この崩壊は強い力と電磁力がからんだトンネル効果によって起こると解釈される．

また，γ 線は，アルファ崩壊やベータ崩壊によって生じた原子核の状態が励起状態にあるとき，の

ちに基底状態に遷移してそのエネルギー差が光子として放出されるものである．したがって，これは電磁力を起源とするものである（そもそも電磁場は電磁力を媒介する場であるから，電磁力なしでは γ 線は生じない）．γ 線が放出される際には，原子核の Z, A の変化はない．

さて，ベータ崩壊は，原子核から電子が放出される現象である．この際，電荷の総量が保存されることから，原子核中には陽子が1つ増える．そのかわりに中性子が1つ減って質量数は変化しない．

$$(Z, A) \to (Z{+}1, A) + e^-. \qquad (2)$$

つまり，核内の中性子が陽子に変化して電子 e^- を放出したことに相当する．このような粒子の種類を変える能力は，他の3力のいずれも持っておらず，ここに弱い力の著しい特質が現れている．

ところで，ベータ崩壊が (2) で表される反応とすると，エネルギーと運動量の保存則により，放出される電子のエネルギーは決まった値になるはずである．しかし，実験によれば電子は連続スペクトルを示す．この矛盾を解くため，パウリは，ベータ崩壊では電子に加えて電荷を持たない未知の粒子が放出されていると考えた*1)．1930年のことである．これが現在**ニュートリノ** ν と呼ばれる粒子である．ニュートリノの存在はその四半世紀後にようやく実験で確かめられた．したがってベータ崩壊は

$$(Z, A) \to (Z{+}1, A) + e^- + \bar{\nu} \qquad (3)$$

と書ける．核子レベルで書けば，中性子 n が陽子 p に変化するので

$$n \to p + e^- + \bar{\nu} \qquad (4)$$

となる（なぜ ν でなく $\bar{\nu}$ と書いているかは後述）．

さて，ベータ崩壊に限らず，（素）粒子の反応に共通する性質として，「移項」が可能なことがある*2)．反応式に現れる粒子を反対側に移すことができるのだが，その際には，粒子を反粒子に変えることが必要となる．例えば，反応 (4) で ν を左辺に移すと，

$$n + \nu \to p + e^- \qquad (5)$$

となる．この逆反応

$$p + e^- \to n + \nu \qquad (6)$$

は，ある種の原子核で観測されている．つまり，原子核中の陽子が，周りの軌道にいる電子を吸収して，中性子に変わるのである．この反応は電子捕獲と呼ばれている．さらに，電子を右辺に移すと，

$$p \to n + e^+ + \nu \qquad (7)$$

となる．ここで，e^+ は電子の反粒子で陽電子と呼ばれる．一般に，反粒子は粒子と反対の電荷を持っており，電子が負の電荷 $-e$ を持つのに対し陽電子は陽子と同じ正の電荷 $+e$ を持っている．移項の際，粒子を反粒子に変えることが必要なのは，そうしなければ反応 (7) において電荷総量が保存しなくなることからもうなずけるであろう．陽子は中性子よりわずかに質量が小さい（質量差は質量自身より3桁も小さい！）ので，この反応はエネルギー保存則をみたさず，実際には起こらないが，原子核の中では，陽子と中性子の結合エネルギーが一般に異なるので，ある種の原子核内においてはこの反応が起こり得る．

$$(Z, A) \to (Z{-}1, A) + e^+ + \nu. \qquad (8)$$

この過程をベータプラス崩壊という．近年医学診断に利用されているPET（陽電子放出断層撮影）は，ベータプラス崩壊をする不安定同位体を含む分子を体内に入れ，崩壊によって放出される陽電子を検出することにより，その分子が体内のどの場所に集まっているかを調べるものである．

また，反応式 (7) の両辺に p を加えると

$$p + p \to p + n + e^+ + \nu \qquad (9)$$

となるが，右辺の陽子と中性子が強い力により結合して重陽子（重水素の原子核）d になれば，

$$p + p \to d + e^+ + \nu \qquad (10)$$

という反応となる．

ところで，太陽の中心で起こっている核融合反応の主要な部分は，水素の原子核である陽子4つがヘリウム4の原子核になる過程である．この過

*1) 当時ボーアは核反応ではエネルギー保存則が破れているのではないかと推測したが誤りであった．

*2) 大げさに言うと，これらの量子力学的過程が相対論的不変性をみたすためには，移項した過程が存在する必要がある．この移項のことをクロッシング（交叉）と言う．

程をよく考えてみると，陽子４つの全電荷は $+4e$，ヘリウム４の電荷は $+2e$ なので，これだけでは電荷が保存しない．実はこの過程で陽電子が放出されている．この核融合過程

$$4p \to {}^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu \tag{11}$$

は１つの反応ではなく，いくつかの反応が組み合わさったサイクルであって，その最初の反応は実は (10) に他ならない．このように，太陽エネルギーの源である核融合反応は，弱い力が存在して初めて起こる反応である．

この反応 (10) は太陽の中でどれくらいの頻度で起こっているのだろうか．そのヒントは，太陽の寿命がおよそ 100 億年であることから得られる．寿命とは太陽中の水素がすべて核融合を起こしてしまうことを意味するので，太陽中の１つの陽子に着目すると，それが反応 (10) を起こす率は 100 億年に１回ということになる．このような非常に小さい反応率は，弱い力が「弱い」ことによっている*3)．

まとめると，我々が生存しているのは，弱い力が存在するおかげであり，さらに弱い力が弱いおかげであると言うことができよう．我々が日常弱い力の存在に気づくことは全くないが，まさに「縁の下の」力である．

2. 見えない粒子

ニュートリノは，電荷も持たず，強い力も感じないので，物質との相互作用は極めて弱い．しかし，太陽中心からは非常に多数のニュートリノが放出されている．地球上でも，1 cm^2 につき毎秒 660 億個ものニュートリノが降り注いでいるが，そのほとんどは平気で地球を通り抜けてしまう．ごく稀に起こす反応を地下深くに置いた測定器で検出することにより，実際に太陽からニュートリノが放出されていることの証拠が得られている．日本では，岐阜県の神岡にあるカミオカンデ実験により，太陽ニュートリノが検出されている．

*3) 太陽中心ではこの反応がトンネル効果によってしか起こらないことがもう１つの理由である．

弱い力にニュートリノが関与していることには深い意味がある．式 (4) から (7) の一連の反応では，電荷の保存則が成り立っているが，それ以外にも保存している量がある．一つは，核子の総数である．もう一つ，次の量がある．

$$e^- \text{ の数} - e^+ \text{ の数} + \nu \text{ の数} - \bar{\nu} \text{ の数} \tag{12}$$

この量を「電子数」と呼ぶことにしよう．一般に，反粒子は粒子とともに対生成されたり，対消滅したりするので，反粒子が負の粒子数を持つとするとつじつまが合う．ニュートリノは電子の仲間で，電子と同じく電子数 $+1$ を持つとすると，上の弱い力による反応で電子数の保存が成り立つことになる．実は，電子とニュートリノはもともと同じ素粒子で，「対称性の破れ」のため一見全く異なる性質を持つようになったということが，電弱統一理論から導かれるのである．

一般に，ニュートリノのように電荷を持たない中性の粒子では，粒子と反粒子が同じ場合がある．例えば光子の反粒子は光子それ自身である．ニュートリノと反ニュートリノが同じ粒子かどうかのヒントは，**ダブルベータ崩壊**という稀な現象を見ることによって得られる．ダブルベータ崩壊とは，原子核中の中性子２個が同時に反応 (4) を起こす過程である．エネルギー保存則によりベータ崩壊ができない原子核のうちのいくつかはダブルベータ崩壊なら起こし得るものがあり，非常に稀なこの過程

$$(Z, A) \to (Z+2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu} \tag{13}$$

が観測される．もしニュートリノと反ニュートリノが同じ粒子であったら，そのかわりに

$$(Z, A) \to (Z+2, A) + 2e^- \tag{14}$$

という崩壊も起こり得る．これら２つは，電子のエネルギーを測定することにより区別できるが，実験では後者の崩壊はまだ観測されていない．これは，ニュートリノと反ニュートリノが違う粒子であるか，あるいはもし同じ粒子であればその質量が極めて小さいことを意味する．ニュートリノに関しては話題が尽きないが，本特集の主題から多少はずれるのと紙面の制約から，これぐらいにとどめておく．

3. 弱い力は素粒子キラー

我々を含む自然界の物質を構成しているのは，核子と電子であり，この他にニュートリノが存在する．このうち，電子とニュートリノは素粒子であるが，核子は 10^{-15} m ほどの広がりを持ち，**クォーク**からなる複合粒子である．

核子を構成するクォークには 2 種類あり，アップ（u）とダウン（d）という名前がつけられている．これらはそれぞれ 2/3 e, −1/3 e という電荷を持っている．クォークはさらに電荷と似た「色」という性質を持ち，強い力は色に作用する力であると理解されている．電磁力を伝える粒子は光子であるが，強い力を伝える粒子はグルオンと呼ばれる．この強い力の作用のため，クォークは単独の粒子として分離することはできない（クォークの閉じこめ）という著しい性質を持つことが知られている．

一方，電子やニュートリノは色を持たず，強い力の作用を受けない．これらの素粒子をクォークと対照して**レプトン**と呼ぶ．これら 4 つの素粒子 u, d, e, ν が自然界の物質の基本となる素粒子である．

実はこれら以外にも，より大きな質量を持つものが存在する．1930 年代のミューオンの発見から，1990 年代のトップクォークの発見まで，クォーク・レプトンはそれぞれ同じ電荷を持つものが 3 種類ずつあることが明らかになっている．これらを表 1 に示す．上で述べたクォーク・レプトンを第 1 世代，それから質量の順に第 2 世代，第 3 世代と呼ぶ*4)．ニュートリノも 3 世代存在するので，ベータ崩壊に関与するニュートリノを電子ニュートリノ ν_e と呼ぶことにする*5)．

第 2, 第 3 世代のクォーク・レプトンは，身の回りの物質には含まれていない．その理由は，これらのクォーク・レプトンが安定でないからである．例えば，ミューオンは 10^{-6} 秒，タウは 10^{-13} 秒で崩壊してしまう．素粒子の世界では安定であることのほうが珍しい．実際，反応により素粒子を生成できるということは，逆に壊れる過程も存在するということになる．素粒子が安定なためには，何か理由が必要である．電荷の保存則はその一つであり，電荷を持つ一番軽い素粒子は，行き先がないので崩壊することはない．電子がこれである．それ以外に，経験的に知られている保存則として，バリオン数保存とレプトン数保存がある．バリオン数は，核子数を第 2，第 3 世代を含めて拡張したものであり，クォークの数から反クォークの数を引いたものの 1/3 倍に等しい，レプトン数は電子数を同様に他世代に拡張したものである．

これら素粒子の崩壊は，いずれも弱い力によっている．他の 3 つの力は素粒子の種類を変えることはない．弱い力が存在しなければあらゆるクォーク・レプトンは安定で，自然界はこの世界とは全く異なったものとなっていることであろう．

表 1　3 世代のクォーク・レプトン．電荷は素電荷 e を単位としている．

世代	1	2	3
クォーク（電荷 2/3）	アップ u	チャーム c	トップ t
クォーク（電荷 −1/3）	ダウン d	ストレンジ s	ボトム b
レプトン（電荷 0）	ν_e	ν_μ	ν_τ
レプトン（電荷 −1）	電子 e	ミューオン μ	タウ τ

4. 弱い力は弱いか？

これらクォーク・レプトンの弱い力による崩壊の寿命はそれぞれ異なった値を持ち，ダウンクォークを含む中性子の 10^3 秒から，トップクォークの 10^{-25} 秒まで非常に広い範囲に散らばっている．弱い力を記述する理論は，フェルミが 1934 年に

*4)　より正確には，電荷 $\frac{2}{3}e$ のクォークと電荷 $-\frac{1}{3}e$ のクォークの間には世代のミスマッチがあり，そのため第 2, 第 3 世代のクォークが下の世代のクォークに崩壊できる．これをフレーバー混合と呼び，その大きさを表すのがカビッボ・小林・益川行列要素と呼ばれる量である．

*5)　ニュートリノはどれも質量がせいぜい陽子の 9 桁以下と極めて軽い．これらは質量の順でなく，弱い力によって対応するレプトンを用いて名付けている．

ベータ崩壊に対して書き下したものを拡張して作ることができるが，測定された寿命からそれぞれの崩壊に対する結合定数を計算すると，驚くべきことにぴたりと一致する．つまり，1つの結合定数によって，弱い力が統一的に記述される．このことを弱い力の「普遍性」と呼ぶ．フェルミの理論の結合定数はフェルミ定数 G_F と呼ばれるが，その値は $G_F \simeq 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}$ である．

この値はどういう意味を持っているだろうか．電磁力の場合は，その大きさを特徴づける量は微細構造定数 $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ であり，その値はおよそ1/137である．これが1より十分小さいことは，電磁力がさほど強くないことを意味している（強い力の結合定数はもっと大きい）．例えば，水素原子のスペクトルが非相対論的な量子力学を用いて十分よく記述できることは，このことの帰結の1つである．弱い力の場合，フェルミ定数は α と違って次元を持つため，用いる単位によってその値は変化し，大きいか小さいかは一概に言えない．しかし，陽子の質量を使って $G_F m_p^2 \simeq 10^{-5}$（あるいは電子の質量を用いると $G_F m_e^2 \simeq 10^{-12}$）という無次元量を作ることができ，例えば太陽ニュートリノの反応率が非常に小さいのはこれらが小さいことから理解できる．

5. 弱い力の正体

フェルミの理論は，弱い力による現象を非常にうまく説明できるが，問題点が2つある．1つは，結合定数の摂動展開において最低次の計算しか可能でないことである．高次の効果を計算しようとすると，無限大の発散が現れてしまう．もう1つは，高いエネルギーの過程を計算すると，反応率がエネルギーとともに大きくなり，確率の保存に抵触してしまうことである．これが起こる（重心系）エネルギーは，1 TeV の近辺である．この2つの問題は互いに関連していて，その理論的解決は1970年前後になされた．その詳細は電弱統一理論の項に譲るが，フェルミの理論は低エネルギーの近似に過ぎず，弱い力は **W ボソン**という重い素粒子によって媒介される．W は光子と似た性質を持つ（スピン1）が，質量が0でないことと，電荷を持っていることが異なる．弱い力の基礎過程は，クォークやレプトンが W 粒子を吸収・放出する次のような過程である．

$$d \leftrightarrow u + W^-, \tag{15}$$

$$e^- \leftrightarrow \nu_e + W^-. \tag{16}$$

これらを組み合わせると，ベータ崩壊のクォーク・レプトンによる基礎過程

$$d \to u + e^- + \bar{\nu}_e \tag{17}$$

が得られることがすぐわかる．W ボソンは，80 GeV という陽子より2桁上の質量を持っており，1983年に加速器による実験で初めて発見された．これは，陽子ビームを物質標的に当てて生成された反陽子を収集加速し，500 GeV 以上のエネルギーで陽子と正面衝突させて作り出したものである．

フェルミ定数に W ボソンの質量の2乗をかけると，0.1に近い数となる．これは，W ボソンとクォーク・レプトンとの結合定数がそれほど小さくない，つまり，弱い力は本来弱くないことを意味している．これは弱い力と電磁力が共通の起源を持っていることから理解される．実際，W 粒子が電荷を持っていることは，光子と相互作用することを意味し，そのためには弱い力と電磁力の間に不可分の関係が必要なのである．

6. 気ままな弱い力

弱い力は，他にも変わった性質を持っている．よく知られているのは，**パリティの破れ**である．ここでのパリティとは，空間反転，つまり空間座標の向きを逆向きにすることであり，以下 P と表す．相対性原理によれば，あらゆる座標系（厳密には慣性系）において基本的な物理法則は同じ形をとる．弱い力以外の3力は確かにそうなっているが，弱い力だけは，右手系と左手系で異なった形をとることが1957年に発見された．これがパリティ対称性の破れである．

この破れは，ニュートリノに端的に表れている．弱い力による崩壊で発生するニュートリノは，「左巻き」のものしかない（左巻きとは，運動方向とスピンが逆向きになっていることである）．空間反転する（あるいは鏡に映すと思ってもよいが）と，右ねじと左ねじが入れ替わるように，左巻きのニュートリノは右巻きに変わる．したがって，弱い力により空間反転の対称性は破れていることがわかる*6)．

逆に，反ニュートリノは右巻きのものしか出てこない．これから，粒子と反粒子を入れ替える対称性（荷電共役対称性，C）も破れていることが見てとれる．しかし，この両方の変換を同時に行う（CP）と，左巻きニュートリノは右巻き反ニュートリノになるので，うまく対称になっている．

パリティの破れが発見されてからもしばらくは CP 対称性は成立していると思われていたが，1964年になって，特定の素粒子の崩壊を詳しく調べると，この対称性も破れていることが発覚した．クォークが3世代以上存在するとき，弱い力がこの対称性を破ることを1972年に見出したのは小林誠と益川敏英である．

電磁力と弱い力の統一理論をつくる際，弱い力だけがパリティを破ることは障害となる．これを解決するには，弱い力を伝える粒子に，W 粒子以外に電荷を持たない Z という粒子が存在すればうまくいく．この理論は1960年代にグラショウ，ワインバーグ，サラムによって書き上げられた．W 粒子と違って，Z 粒子の力は素粒子の種類を変えない．またその強さは W 粒子の力と同じ程度なので，この力が存在することはそれまで気づかれていなかった．1973年になってニュートリノの反応でこの力（中性カレントと呼ばれる）が発見され，83年には Z 粒子そのものが発見された．1989年には非常に多数の Z 粒子を生成できる加速器LEPが運転を開始し，今では Z 粒子の性質は W 粒子よりはるかに精密に測定されている．

*6) 実は，弱い力以外の3力は質量0の粒子（重力子，光子，グルオン）によって伝えられるので，パリティ対称性は保たれないといけないことが示せる[1]．

7. 弱い力と宇宙

宇宙の初期，ビッグバンの直後には非常に高温の時期があった．温度が（エネルギー換算で）10^2 GeVを超える時期には，弱い力も電磁力も区別がつかなかったと考えられる．この時期には光は1種類でなく4種類存在しており，宇宙はこれらの光に満ち，全世代のクォーク・レプトンも多数存在して光を吸収放出していた．対称性を破る宇宙の相転移を経て電磁力と弱い力が分離し，4種類の光のうち3つは消失してしまう．大量にあったニュートリノは，崩壊できずにそのまま宇宙背景ニュートリノとして残る．現在その温度は絶対温度2度と予測され，宇宙背景放射の光子と同じくらいの数が宇宙をみたしているはずである．この存在を実証するのは非常に難しく，ニュートリノの質量があまり小さくないという幸運と，新しい観測技術・アイデアの創出が必要であろう．

上で述べたように，太陽のような星は核融合反応によりニュートリノを放出している．太陽より重い星の内部では，水素がヘリウムに転化したのちも，さらにヘリウムが核融合を起こすことが可能で，十分重い星では最終的に中心に鉄が生成する．鉄の原子核は一番結合エネルギーを得するからである．最後には，弱い力により鉄が逆に分解を起こして星が重力崩壊し，超新星爆発を起こす．このとき同時に大量のニュートリノが一瞬のうちに放出される．1987年の大マゼラン星雲内の超新星爆発の際放出されたニュートリノを，小柴昌俊率いるカミオカンデ実験により検出することに成功したのはご存じの方が多いであろう．

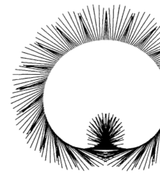
参考文献

1) K. Hikasa: *Physica Scripta* **34**, 204 (1986).
2) 弱い力を含めた，20世紀の物質と力の物理学の歴史を科学的な立場で詳しくまとめたものとして，A. Pais: "Inward Bound", Oxford University Press (1986) がすぐれている．
3) 弱い力のより専門的な記述として，K. Hikasa: Weak Interaction, "Encyclopedia of Applied High Energy and Particle Physics", Wiley-VCH (2009)，日笠健一：電弱統一理論，『素粒子物理学ハンドブック』，朝倉書店 (2010) を紹介しておく．

（ひかさ・けんいち，東北大学大学院理学研究科）

強い力と色のゲージ理論

核力からクォーク・グルーオンへ



初田 哲男

1. 強い力の発見

1935年に発表された湯川秀樹の論文[1]「On the Interaction of Elementary Particles I」(素粒子の相互作用について I) は，文字通り現代の素粒子・原子核物理学を切り拓くものだった．当時，原子の中心には，10^{-12} cm 程度の大きさを持つ原子核が存在すること，原子核は陽子と中性子（総称して核子と呼ばれる）の集合体であること，などがわかっていた．しかし，このような狭い領域に核子を繋ぎとめておくメカニズムは謎であった．

湯川は，電磁気力が光子の交換によってもたらされることにヒントを得て，核子どうしを強く引き付ける未知の粒子が存在すると予想し，その粒子の質量や核子との相互作用を，当時の実験データを手掛かりに算出した．これが**湯川中間子**（π 中間子）である．

原子核内では，正電荷を持つ陽子に電気的反発力が働いているが，湯川中間子はその100倍近い引力を核子の間にもたらす．その結果，原子核はバラバラにならず安定に存在している．核子間に働く力（核力）が**強い相互作用**と呼ばれるのはこのためである．核子の集合体としての原子核を模式的に表しているのが図1である．現在では，核子自身も**クォーク**3つの集合体であることがわかっている[2]．

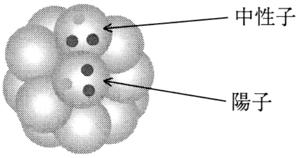


図1　陽子と中性子からなる原子核．

1.1 核力の性質

1947年に宇宙線の中で π 中間子が発見され，湯川の予言が的中した．一方，核力の詳細な研究が1950年代から1960年代に進み，当初予想されていなかった新たな性質も明らかになってきた．それらは以下のようにまとめられる：

1. 核子が互いに遠く離れていると，湯川の予言通り，一個の π 中間子交換が起こる．

2. 核子が互いに接近してくると複数の π 中間子交換が重要になることが，武谷三男を初めとする核力研究グループにより明らかになった．

3. 核子が互いに至近距離に近づくと，π 中間子交換とは異なる大きな斥力が働くことが，1950年にジャストロウ (R. Jastrow) によって指摘された．この**斥力芯**の概念は，原子核が自分自身の引力で崩壊せず，液滴のように一定の密度を保つ性質（密度の飽和性）とも関係している[*1]．

*1) コロンビア大学を卒業した若きジャストロウは，プリンストン高等研究所に滞在中に，核子の散乱実験に関する講演を聞き，核力の斥力芯による解釈を思いつく．所長のオッペンハイマー (J.R. Oppenheimer) は，最初このアイデアを冷たくあしらったが，ジャストロウは気にかけず論文を書き上げ，オッペンハイマーを納得させる[3]．ジャストロウは，1955年に量子多体問題で有名なジャストロウ相関を提唱し

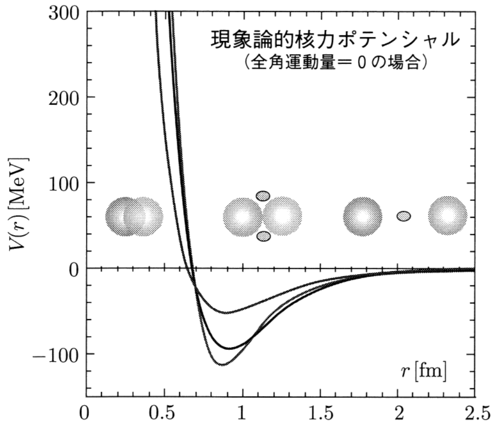


図 2　1990 年代以降に構築が進んだ現象論的核力ポテンシャルの 3 例[5)]．r は核子間の距離を fm（$= 10^{-13}$ cm）単位で，$V(r)$ はポテンシャルエネルギーを MeV（$= 10^6$ eV）単位で表している．

1990 年代に入ると，5000 以上ある核子–核子の散乱実験データや重陽子（陽子と中性子の束縛状態）の性質を，50 個近い現象論的パラメーターを導入して非常に高い精度で再現できるような**核力ポテンシャル**が構築され，それを用いた原子核構造の精密研究が行われるようになった．図 2 には，そのような核力ポテンシャルの例を 3 種類示してある．

1.2 クォークの発見

ハドロン（核子や π 中間子の仲間で，互いに強く相互作用する粒子の総称）は，いくつかの基本的な素粒子からできているという考え方は，1955 年の坂田模型にそのルーツを持つ．その後，ユニタリー対称性に基づくハドロンの分類と，そこで予言される Ω バリオンや η 中間子などの発見を通して，この考え方は徐々に真実味を増していく．

特に，現在にまで繋がる重要な理論的進展として以下の 4 つを挙げることができる：

た後，1958 年に設立当初の NASA に入り，アメリカの宇宙探査計画の中心的人物として活躍する[3)]．ちなみに，1950 年代初頭，南部陽一郎（2008 年ノーベル物理学賞）もプリンストン高等研究所に滞在しており，ジャストロウに車の運転を習う[4)]．1957 年に，南部は核力の斥力芯と核子の電磁的性質を説明するために，中性で π 中間子より重いスピン 1 の未知粒子を予言した[4)]．現在 ω 中間子と呼ばれているこの粒子は，1961 年にバークレーの加速器実験で発見された．

1. ゲルマン（M. Gell-Mann）とツヴァイク（G. Zweig）が 1964 年に提唱したクォーク仮説（ツヴァイクはエースと呼んだ）．
2. ハン（M-Y. Han）と南部が 1965 年に提案したクォークの新たな内部自由度（現在は，**カラー**（色）と呼ばれる）．
3. 南部により 1966 年に考察された "色のゲージ理論"（現在は，**量子色力学**（Quantum Chromodynamics）と呼ばれている）[6)]．
4. グロス，ウイルチェック，ポリツァー（D.J. Gross, F. Wilczek, H.D. Politzer）が 1973 年に証明した量子色力学の**紫外漸近自由性**（asymptotic freedom）[*2)]．

実験的には，1967 年から始まったスタンフォード線形加速器センター（SLAC）での電子と核子の深部非弾性衝突実験（電子が大角度で大きくエネルギーを失って散乱される過程）で，核子中に点状粒子が存在すること，紫外漸近自由性が成立していること，などが明らかになる．1976 年にチャームクォークが発見されるに至って，クォークの存在や量子色力学はもはや疑いようもない事実となる．

1.3 格子ゲージ理論：苦節 30 年

量子色力学がクォークとグルーオンの基礎理論であるならば，以下のような問いに答えてくれるに違いない：

問 1 なぜクォークは単独で観測されないのか？
問 2 核子の質量は理論的に計算できるか？
問 3 核力の性質をクォークから説明できるか？

しかしながら，解答への道は一筋縄ではなかった．その困難さは，量子色力学が紫外漸近自由性と表裏一体の**赤外隷属性**（infrared slavery）と呼ばれる性質を持つことに起因する．これは，低いエネルギーではクォークとグルーオンの相互作用が強くなり，互いに強く縛り合うという現象である．相互作用が強いので，量子電気力学で大きな成功

*2)　高エネルギー（光のスペクトルの言葉を借りて紫外領域と呼ばれる）で相互作用するクォークやグルーオンについては，[相互作用エネルギー]/[運動エネルギー] という比が運動エネルギーの上昇とともに漸近的にゼロに近づく現象．

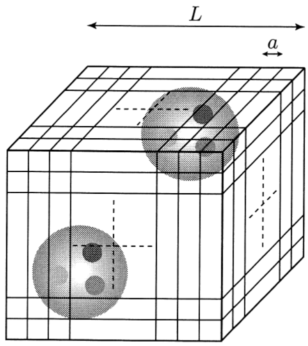


図 3 格子上での陽子と中性子の模式図．クォークは，格子点上に，グルーオンは格子点を結ぶ線分上に定義されている．連続極限($a \to 0$)と，熱力学極限（$L \to \infty$）への外挿を経て物理量が得られる．

を収めた摂動展開のような近似法が使えず，低エネルギーで信頼できる計算ができなくなる．

赤外隷属性の問題をクリアーし，問 1–問 3 に答えられる唯一の方法として現在知られているのは，1974 年にウイルソン（K. Wilson）が提案した**格子ゲージ理論**（4 次元時空を離散格子点の集まりで近似して，量子色力学などのゲージ理論を定式化する方法，図 3 を参照）である．1980 年代初頭からは，格子上の量子色力学を数値的に解く「“格子量子色力学” の数値シミュレーション」が開始された．

過去 30 年間，格子ゲージ理論自体の理論的進展，新しい数値計算アルゴリズムの開発，専用超並列計算機や汎用スーパーコンピューターの高速化といった様々な進歩の積み重ねがあった．その結果，2005 年頃より，計算結果と実験データを定量的に比較できるような段階に達してきた．岩崎洋一，宇川彰，中村純を初めとする日本の研究者集団が，これらの進展に一貫して本質的な貢献を果たしてきたことは特筆に値する．

2009 年 11 月の「事業仕分け」で大きな話題となった次世代スパコン（神戸のポートアイランドに 2012 年完成予定）では，素粒子・原子核・宇宙分野における「世界で一番」の計算が行われる予定であり，格子量子色力学は，その中核をなす大規模数値研究として大きな期待を集めている．

次節では，上述の問 1–問 3 に，格子量子色力学がどのような解答を与えつつあるかを解説する．

2. 格子量子色力学が拓く世界

格子量子色力学では，クォーク場 q は図 3 の格子点（サイトと呼ばれる）の上に，グルーオン場 U は格子点を繋ぐ線分（リンクと呼ばれる）の上に定義される．物理量 $\mathcal{O}$ の期待値は，以下のような分配関数 Z の外場 J に対する応答から求められる．これは，スピン系の統計力学において，分配関数を外部磁場 H の関数として求めるのと類似の手続きである．

$$Z(J) = \int [dqd\bar{q}dU]\ e^{-\int d^4x(\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}}+J\mathcal{O})}.$$

ここで，$S_{\mathrm{QCD}} = \int d^4x \mathcal{L}_{\mathrm{QCD}}$ は，量子色力学の作用積分，$\int [dqd\bar{q}dU]$ はすべてのサイトとリンク上で，クォーク変数とグルーオン変数について積分することを意味する．これは莫大な多重積分なので，**モンテカルロ法**などの数値計算手法を用いて計算機上で実行する．

量子色力学の基本的パラメーターは，クォークの質量 m_q とクォーク–グルオンの結合定数 g だけなので，少数の実験値を用いてそれらを決めてしまえば，強い相互作用に関わるすべての現象は計算可能ということになる．格子量子色力学の数値計算が，“第一原理計算” と言われるのはこのためである．

2.1 クォークの閉じ込め

低エネルギーでは，クォークの周りに無数のグルーオンがまとわりつき，もともと軽かったクォークが重くなってしまう．これは，“カイラル対称性の自発的破れ” と呼ばれ，南部はこの機構の提唱者として 2008 年のノーベル物理学賞を受けた．その詳細は最近の総説[7]や解説[8]に譲るとして，以下では赤外隷属性と密接に関係する**クォークの閉じ込め**（1.3 節の問 1）について見よう．

簡単のため，距離 R だけ離れた場所に固定されたクォークと反クォークの間に働くポテンシャ

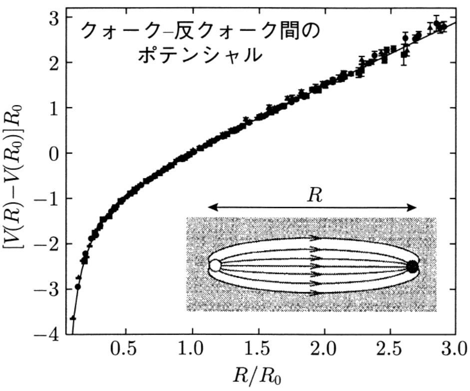


図4　真空中で，距離 R だけ離れて固定されたクォーク–反クォーク対に働くポテンシャル $V(R)$ の格子量子色力学による数値計算結果[9)]，およびその模式図.

ルエネルギー $V(R)$ を考えよう．このとき，図4の模式図にあるように，クォーク–反クォーク間の電気力線は細くひも状に絞られてしまう．これは，量子色力学の真空が反誘電的であり，色の電気力線を排除する性質があることに起因する（電気と磁気を入れかえてみれば，超伝導体の中で磁力線が排除される**マイスナー効果**と類似の現象といえる）.

従って，$V(R)$ は以下のように関数形を持つと予想される：

$$V(R) = -\frac{a}{R} + \sigma R.$$

R が大きいときの振舞いは，ひも状の電気力線のエネルギーが R に比例して増えることから予想され，正の定数 σ はひもの張力に対応する．クォークと反クォークを無限遠に引き離すためには，無限に大きなエネルギーの注入が必要になるので，クォークを単独で取り出すことは不可能というわけである．一方，R が小さいときの振舞いは通常のクーロン引力と同様である．図4のグラフに示したように，格子量子色力学の数値計算結果は，$V(R)$ に関するこの予想を定性的にも定量的にも見事に裏付けている.

クォークの閉じ込めは，カラーの閉じ込め（実験で観測できるハドロンは常にカラー中性（白色）である）という概念に一般化される．例えば，核子は，赤・青・緑の3種のクォークからなる白色のハドロン，中間子は，赤–半赤，青–反青，緑–反緑などからなる白色のハドロン，というわけである．これらの“閉じ込め”現象は，格子量子色力学による強い数値的裏付けがある一方で，紙と鉛筆のみによる解析的証明は未だ存在せず，数理物理学における最難問の一つとされている.

2.2 閉じ込めからの開放

クォークは白色の核子の中に赤外隷属性のゆえに閉じ込められている．さらに，核子どうしは，近距離での斥力芯のためにあまり近づけない．このために，原子核は図1のような入れ子状の構造を持つことになる.

しかしながら，宇宙初期や高エネルギー重イオン衝突で生成される高温の**クォーク・グルーオン・プラズマ**中では[10)]，熱的に励起したクォークやグルーオンの遮蔽効果により，クォークを閉じ込めていたひもは消失し，ポテンシャルは短距離でしか働かなくなる（図5中の模式図を参照）.

この結果，温度 T におけるクォーク–反クォーク間のポテンシャルは，以下のようになる：

$$V_T(R) = -\frac{a}{R}e^{-R/\lambda}.$$

ここで，λ は**デバイ遮蔽長**と呼ばれ，温度の上昇と共に小さくなる．高温では，クォークがひもによ

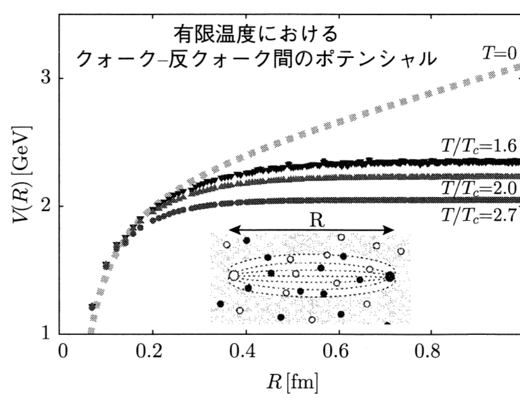


図5　高温プラズマ中で，距離 R だけ離れて固定されたクォーク–反クォーク対に働くポテンシャル $V_T(R)$ の格子量子色力学による数値計算結果[11)]，およびその模式図.

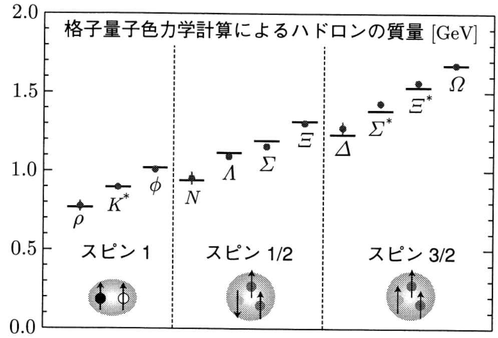


図 6 格子量子色力学の数値計算による様々なハドロンの質量（例えば N は核子を表す）の予言値（誤差棒付きの点）と実験値（横棒）[12]．

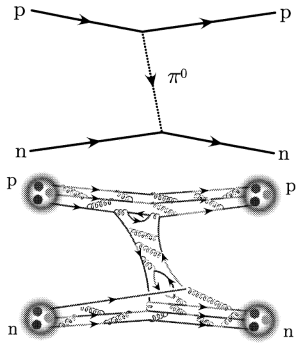


図 7 中間子交換による核力（上段）と量子色力学での核力（下段）．

る束縛から解放され，自由に動き回れるのである．これが，クォークの "非閉じ込め" 現象である．

$V_T(R)$ の温度変化も格子量子色力学の数値計算で詳細に調べられている．例えば，ハドロン物質からクォーク・グルーオン・プラズマへの相転移温度を $T_c(\simeq 200\ \mathrm{MeV})$ とすると，図 5 で示されているように，$T=0$ での閉じ込めポテンシャルが，$T>T_c$ では強く遮蔽されていることがわかる．

2.3 ハドロン質量の第一原理計算

図 4 では，距離 R だけ放して固定されたクォークと反クォークを考えたが，現実のハドロンの内部では，クォークは動き回っている．その運動エネルギー，相互作用エネルギー，真空偏極の効果，をすべて考慮した結果がハドロンの質量を与える．2006 年頃から，ハドロン質量の実験値を数%の精度で再現できるような格子量子色力学の数値計算が可能になってきた．図 6 には，日本の PACS–CS 共同研究チームによる計算結果を示している[12]．

数年後には，より大きな格子体積と現実的クォーク質量での計算により，理論値と実験値の一致はさらに精密なものになると期待されている．これが，1.3 節の問 2 への答えである．摂動展開によらず，数%の精度でゲージ場の量子論を解くことが可能になるなどと，30 年前に一体誰が予想したであろうか．

2.4 核力の第一原理計算

すべてのハドロンはクォークとグルーオンでできているので，1.1 節で説明した核力の性質もクォークやグルーオンの交換として記述されるはずである．図 7 には，クォーク発見以前の核力の記述（上段）と，クォーク発見以後の記述（下段）を比較してある．果たして下段のような複雑なプロセスを本当に計算できるのだろうか（1.3 節の問 3）？ 南部は 1997 年の著書『クォーク』[2]の中で，その困難さを以下のように評している：

『現在でも核力の詳細を基本方程式から導くことはできない．核子自体がもう素粒子とは見なされないから，いわば複雑な高分子の性質をシュレーディンガー方程式から出発して決定せよというようなもので，むしろこれは無理な話である．』

格子量子色力学の数値計算でこれに挑戦し，解決の道筋をつけたのは，2007 年の石井理修，青木慎也と筆者の共著論文であった[5,13]．我々は当時 2 つの問題に直面した．一つは，核子が 2 つ入るような大きな格子で計算を実行できるだけの高速スーパーコンピューターがあるかどうか，もう一つは如何にして核力ポテンシャルを量子色力学から数学的に定義するかであった．

前者については，2006 年に高エネルギー加速器研究機構（KEK）に導入された世界トップクラスの性能を持つスーパーコンピューター "Blue Gene/L" をテスト運用の段階から使用することによって解決できた．後者については，場の量子論におけるベーテ–サルピーター（Bethe–Salpeter）

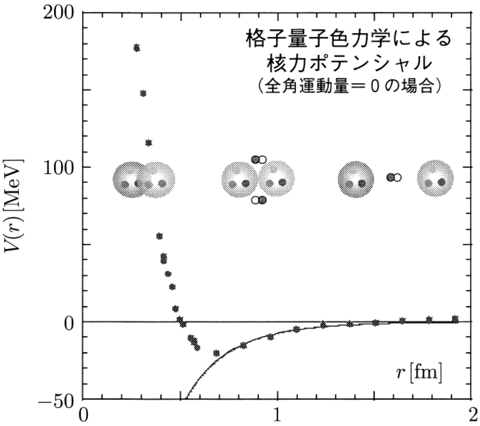


図 8　格子量子色力学の数値計算で得られた核力ポテンシャル[5, 13]．遠距離での実線は湯川中間子交換の予言．

振幅[*3)]と呼ばれる量（量子力学の波動関数に対応する）を計算し，そこから核力ポテンシャルを再構成する一般的方法を確立することで解決できた．

通常の量子力学では，与えられたポテンシャルの下でシュレーディンガー方程式を解き物理量を計算するが，格子量子色力学では，まず波動関数が分かり，それをもとにポテンシャルを構成するという逆の道をたどる．ひとたびポテンシャルが構成できれば，それは核子の多体系である原子核の問題に広く応用することができるので，高い汎用性を持つことになる．

格子量子色力学の数値計算を実行して得られた核力ポテンシャルの形は驚くべきものであった．図 8 にその一例を示してある．湯川によって予言された遠距離での引力はもとより，ジャストロウが提唱した近距離での斥力芯がはっきりと出現したのである．筆者は，この計算結果を共同研究者の石井から 2006 年 6 月に「でましたよ！」と見せられたとき，文字通り体が震えた．自然が本当に湯川やジャスロウの論理を選んでいたのだという驚き，**ハドロン間相互作用**の理論に対する新しい地平が開けたという目がくらむような感覚．まさに物理研究の醍醐味である[*4)]．

格子量子色力学によるハドロン間相互作用の研究は，2007 年以降，多くの若手研究者の協力を得て，日本国内を中心に進展を続けている．その計算精度が数%の信頼度に到達すれば，原子核，ハイパー原子核，さらには中性子星の内部構造の研究に，量子色力学の立場から重要な基礎を与えることになる．

3. 強い力の今後

湯川により原子核を結合させる力として導入された強い相互作用は，クォークとグルーオンに関する色のゲージ理論（量子色力学）に姿を変えて現代物理学の礎の一つとなった．強い力は，原子核の構造だけでなく，ビッグバンや超新星爆発における元素合成，中性子星の構造，宇宙初期や重イオン衝突におけるクォーク・グルーオン・プラズマなど様々な物理現象において重要な役割を果たしている．

格子ゲージ理論の進展により，ハドロンの質量のみならず核力の性質までも理論的に計算することがここ数年で可能になってきた．さらに，超ひも理論の研究から現れた**ゲージ重力対応**という新しい概念により，格子量子色力学とは全く異なる解析手法も現れた[15)]．強い相互作用というキーワードを通して，超冷却フェルミ原子気体やグラフェンなどの強相関物性系と量子色力学の関連性も議論されている．汲めども尽きない“強い力”の魅力にまだまだ惹き付けられそうである．

参考文献

1)　湯川秀樹の原論文は以下で読める：
http://www.journalarchive.jst.go.jp/info/stories/physics01-01.php

2)　南部陽一郎，『クォーク』第 2 版（講談社，ブルーバックス，1997）．

*3)　歴史的には，この振幅に対する方程式を最初に提案した南部陽一郎と，その方程式の性質を最初に詳しく解析した林忠四郎と宗像康雄にちなんで，Nambu–Hayashi–Munakata 振幅と呼ぶべきであろう[14)]．

*4)　余談になるが，筆者が 1981 年に京都大学の玉垣良三（当時，核力の研究とその原子核や中性子星への応用をテーマとしておられた）の研究室を大学院で選んだのは，学部 4 回生のときに核力の問題が未解決であることを湯川研出身の宗像康雄に教えて頂いたことがきっかけであった．

3) ジャストロウへのインタビュー記事として：
http://www.marshall.org/article.php?id=30#
4) 南部陽一郎へのインタビュー記事として：
http://www.aip.org/history/ohilist/30538.html
5) N. Ishii, S. Aoki and T. Hatsuda, "The Nuclear Force from Lattice QCD," *Phys. Rev. Lett.* **99**, 022001 (2007).
6) 1966年の南部の論文は，*Broken Symmetry, Selected Papers of Y. Nambu*, eds. T. Eguchi and K. Nishijima (World Scientific, Singapore, 1995) pp.192–201 に再録されている．
7) 「南部陽一郎先生ノーベル賞受賞記念特集号：対称性の自発的破れ—現在・過去・未来—」原子核研究 **53** 巻 Suppl.3 (2009).
8) 橋本省二，『質量はどのように生まれるのか』(講談社，ブルーバックス，2010)．
9) G.S. Bali, "QCD forces and heavy quark bound states," *Phys. Rept.* **343**, 1 (2001).
10) BNLの相対論的重イオン衝突型加速器 (RHIC) および CERN の大型ハドロン衝突型加速器 (LHC) でのクォーク・グルオン・プラズマ探索実験については，
http://www.bnl.gov/rhic/
http://aliceinfo.cern.ch/Public/Welcome.html
11) Y. Maezawa *et al.* [WHOT-QCD Collaboration], "Heavy-quark free energy at finite temperature with 2+1 flavors of improved Wilson quarks in fixed scale approach," PoS **LAT2009**, 165 (2009) [arXiv:0911.0254 [hep-lat]].
12) S. Aoki *et al.* [PACS-CS Collaboration], "2+1 Flavor Lattice QCD toward the Physical Point," *Phys. Rev. D* **79**, 034503 (2009).
13) S. Aoki, T. Hatsuda and N. Ishii, "Theoretical Foundation of the Nuclear Force in QCD and its applications to Central and Tensor Forces in Quenched Lattice QCD Simulations," *Prog. Theor. Phys.* **123**, 89 (2010).
14) E. Salpeter, "Bethe-Salpeter Equation – The Origins," arXiv:0811.1050 [physics.hist-ph]
http://arxiv.org/abs/0811.1050
15) 数理科学「ゲージ重力対応」(サイエンス社，2008年2月号)．

（はつだ・てつお，東京大学大学院理学系研究科）

力は統一されるべきか

大栗　博司



物理学では，自然界には基本法則があって，すべての自然現象はそれに従うと考える．物質やその間に働く力は，すべてこのワンセットの法則に含まれていなければならない．しかし，素粒子物理学者が力の統一というときには，すべての力が単一の起源を持っているはずであるという，より強い期待を表すことが多い．

物理学の進歩は，力の統一の歴史でもある．ニュートンがリンゴに働く力と月に働く力が同じであること，すなわち万有引力を発見したことが物理学の始まりと言われる．ファラデーの電磁誘導の発見は，電気力と磁気力が密接に関連していることを明らかにし，この2つの力はマックスウェルの方程式にまとめられた．

ところで，ファラデーは，当時の財務大臣に「電気には実用的な価値があるのか」と問われたときに，「何の役に立つかはわからないが，あなたがそれに税金をかけるようになることは間違いない」と答えたと伝えられている．それから半世紀の間に，電気と磁気の統一により電磁波が発見され，大西洋を越える無線通信が可能になった．基礎科学の重要性を説明し続けなければいけないことは，今も昔も変わらない．

閑話休題．アインシュタインをして相対性理論の完成に至らしめたのも，重力を記述するニュートン理論と電磁気力を記述するマックスウェル理論の間の緊張関係を解消するためであり，力の統一への志向の現れである．

現在，素粒子の間に働く力には4種類があることが知られている．重力，電磁気力と，さらに2種類の核力である弱い相互作用と強い相互作用である．このうちで重力を除く3種類の力は，「素粒子の標準模型」に含まれている．この模型では，素粒子間の力は $U(1)$, $SU(2)$, $SU(3)$ という3つのゲージ対称性に従うゲージ場によって伝えられる．このうち $U(1)$ と $SU(2)$ のゲージ力は混ざり合って電磁気力と弱い相互作用となり，$SU(3)$ は強い相互作用の起源となる．

このように標準理論では，3つの力が1つの力として統一されているわけではない．標準理論には3種類のゲージ場があり，それらは異なる結合定数（ゲージ相互作用の強さを支配するパラメータ）を持っている．大統一理論は，この3つの力が高エネルギーで1つのゲージ力に統一されると主張する．例えば $SU(5)$ は $U(1)\times SU(2)\times SU(3)$ を含む単純リー群であり，これをゲージ対称性とする模型はただ1つのゲージ結合定数を含む．$SO(10)$ や例外群に基づく大統一模型もある．大統一の考え方が正しいとされる根拠としては，

(1)　標準模型の物質場やゲージ場が，大統一模型の中にうまく納まる．

(2)　知られているすべての素粒子の電荷はクォークの電荷の整数倍である．この「電荷の量子化」は，標準模型では仮定の1つであるが，大統一模型では電磁場が非可換ゲージ場の一部であることから導かれる．

(3)　標準模型の3つのゲージ結合定数をくりこみ群を使って高エネルギーに外挿すると，3つがほぼ同じ値になるエネルギーが存在する．

の3点があげられる．このうち(3)で「ほぼ」同じ値と書いたのは，1990年代の加速器による精密実験などにより，3つの結合定数がぴったり同じ値にはならないことが明らかになったからである．

標準模型を高エネルギーに外挿するときに，未発見の素粒子の効果がくりこみ群に影響を及ぼすかもしれない．標準模型に超対称性で期待される最小限の素粒子を付け加えたいわゆる「ミニマルな超対称的標準模型」を使ってくりこみ群の計算を行うと，実験誤差の範囲で，あるエネルギーで3つの結合定数が一致することが知られている．このため，超対称性をもつ大統一模型に期待する素粒子物理学者は多い．

大統一模型は，陽子崩壊のように実験的に検証可能な予言をするという点も重要である．昨年から本格的に稼働を始めたCERNのLHC実験が自然界の超対称性を発見すれば，超対称性に基づく大統一模型が脚光を浴びることになるであろう．

一方で，3つの力は1つのゲージ力に統一されないかもしれないと考える理由もある．

超弦理論は，重力も含む究極の理論の最有力候補とされている．重力を量子化することができ，しかも標準理論の構成要素であるクォークやレプトン，その間の相互作用を媒介するゲージ場，そしてそれらの質量の起源となるヒッグス場をすべて含んでいるからである．

超弦理論は10次元の時空間（時間1次元，空間9次元）に定義されているので，余分な6次元が観測できないほど小さくなっていて，低エネルギーでは4次元の場の理論で近似ができると考えられている．そこで，超弦理論の低エネルギー近似から4次元の素粒子の標準模型がどのように現れるのかを考えてみると，それは大統一模型を通じたものになるとは限らない．

10次元の超弦理論の段階では，相互作用は1種類であり，結合定数も1つである．しかも，その結合定数は，あらかじめ与えられたパラメータではなく，理論の真空状態によって定まるものである．その意味で，すべての力は超弦理論において統一されている．しかし，この超弦理論を4次元の場の理論で近似したときには，必ずしも1つのゲージ相互作用を持つ模型にはならない．むしろ，標準模型のように幾種類もの異なる力をもった模型になるのが一般的な状況である．

また，大統一模型の第2の利点として電荷の量子化を説明できることを挙げたが，これとて大統一模型のように電磁場を非可換ゲージ場に組み込むのが唯一の方法ではない．例えば，超弦理論のブレーンを使った素粒子模型では，電磁場を非可換化しなくても，電荷の量子化が起きる．

ところで，この10年ほどの天体物理学の精密観測により，宇宙全体のエネルギーの7割以上が暗黒エネルギー，2割以上が暗黒物質からなっており，標準模型で記述される素粒子は宇宙の4パーセント程度しか占めていないことがわかってきた．このうち，暗黒物質はまだ発見されていない素粒子である可能性が高いとされている．そうだとすると，宇宙の中には，このような未知の素粒子が，エネルギーに換算して，知られている素粒子の5倍以上もあることになる．

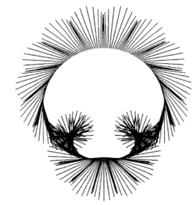
暗黒物質を作る未知の素粒子は1種類とは限らず，幾つも種類があって互いに相互作用をしているかもしれない．この暗黒の世界は，我々の知っている素粒子の標準模型よりさらに複雑な構造を持っていることも考えられる．そうであるのなら，我々の知っている標準模型の3つの力のみが統一するということにどのような意味があるのだろうか．統一理論を考える上で，暗黒物質の理解は重要な要素であると思われる．

暗黒物質の直接観測は現在盛んに試みられており，今後数年間にもいくつかの新しい実験が動き出す．これらの実験が，CERNのLHC実験とともに，力の統一の理解にも進歩をもたらすことを期待する．

（おおぐり・ひろし，カリフォルニア工科大学，
東京大学数物連携宇宙研究機構）

電弱統一理論

電磁気力と弱い力，ヒッグス力



浜口　幸一

1. はじめに

電弱統一理論とは，その名の通り**電磁気力**[1)]と中性子のベータ崩壊などを引き起こす**弱い力**[2)]を統一的に記述する理論のことで，強い力[3)]を記述する量子色力学（QCD）理論とともに**素粒子の標準模型**の根幹をなしている（図 1）．

「電弱統一」と言うが，実際に電磁気力と弱い力を見比べてみるといくつもの大きな違いがあり，単純にはこの 2 つの力が統一的に記述されているとはなかなか考えにくい．本稿では，この一見すると大きく異なる 2 つの力がいかに巧妙に「電弱統一理論」として統一されているかを見ていきたい[*1)]．ただ，いきなりでき上がった理論について説明しても「統一」された感じが伝わりにくいと思うので，いったん電弱統一理論のことを知らない（したがって W ボソンや Z ボソンのことも知らない）ふりをして，電磁気力と弱い力から出発してその統一を試みる，というふうに話を進めることにする[*2)]．

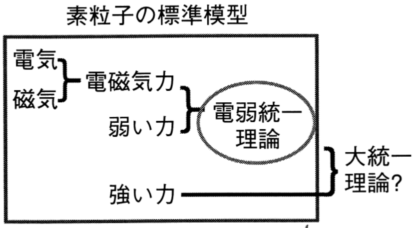


図 1　電弱統一理論は電磁気力と弱い力を統一し，標準模型の根幹をなしている．

*1)　電弱統一理論に関しては本誌でも何度か取り上げれられている（例えば文献 4, 5)）．特に文献 4) は「電弱統一理論」の特集になっているので興味のある読者は是非．

2. Quantum Electrodynamics (QED)

電磁気学を量子化した理論は **Quantum Electrodynamics（QED）**[1)]と呼ばれ，場の量子論の言葉で記述されており，次のような特徴を持つ．

- **ゲージ理論**である．
- 電磁気力／電磁相互作用は**ゲージボソン／ゲージ場**である光子の交換によって記述される．
- ゲージボソン（光子）は質量ゼロである．
- 繰り込み可能である．

次節以降の議論のために，ゲージ理論の特徴を見ていこう．まず自由電子のラグランジアン密度

$$\mathcal{L}(x) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi(x) \qquad (1)$$

から始めよう．ここで，$\psi(x)$ は電子を表すスピノル場，m は電子の質量である[*3)]．以下，「ラグランジアン密度 $\mathcal{L}$」なる数式が何度も出てくるが，場の量子論を学んでいない読者は式の詳細はあまり気にせず「場の量子論ではラグランジアン密度という式が粒子の性質や相互作用を表しているら

*2)　ただし以下の考察は，実際に電弱統一理論が作られていった歴史的経緯とは必ずしも一致しないので注意されたい．例えば 3 節にタウ粒子が登場するが，実際にタウ粒子が発見されたのは電弱統一理論が提唱された後である．

*3)　γ^{μ} はガンマ行列で，$\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^{0}$．

しい」という程度に考えて読み進めて頂きたい．

式(1)は，スピノル場 $\psi(x)$ の位相変換 $\psi(x) \to e^{-i\alpha}\psi(x)$ に対して不変である．ゲージ理論を考えるには，この位相変換の変換パラメータ α を，定数ではなく座標に依存する $\alpha(x)$ に拡張する．拡張された変換

$$\psi(x) \to e^{-i\alpha(x)}\psi(x) \tag{2}$$

に対して，ラグランジアン密度(1)はこのままでは不変にならないが，微分 $\partial_\mu\psi(x)$ を共変微分 $D_\mu\psi(x) = \left[\partial_\mu + ieA_\mu(x)\right]\psi(x)$ 置き換えて，変換(2)と合わせて $A_\mu(x)$ も

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \tag{3}$$

と変換することにすれば，不変に保たれる．ここでゲージ対称性のために導入された場 $A_\mu(x)$ がゲージ場であり，QEDでは光子を表す．QEDのラグランジアン密度は，さらにゲージ不変な光子の運動項を足して

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{4}$$

で与えられる（$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$）．(2)と(3)を合わせて**ゲージ変換**と言い，式(4)がゲージ変換に対して不変であることを「**ゲージ対称性**（局所対称性）がある」とか「ゲージ不変である」と言う．式(4)のうち，$-e\,\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ の部分が電子と光子の相互作用を表している（図2参照．e は結合定数）．

ゲージ場の質量

ゲージ対称性の重要な帰結として，ゲージ場の質量がゼロとなる．実際，ゲージ場 A_μ の質量項

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{m_A^2}{2}\,A_\mu A^\mu \tag{5}$$

はゲージ変換(3)の下で不変でないので，式(4)に加えることができない．光子が質量ゼロであることはゲージ対称性が保証していると言える．

繰り込み可能性

もう一つ重要なのは繰り込み可能性だ．QEDで摂動計算を行うと発散が現れるという大きな困難がある．しかし発散量を理論のパラメータに繰り込むことによって，実験で観測する物理量には発散が現れないようにできる[1)]．ここでもゲージ対称性が重要な役割を果たしており，QEDはゲージ対称性がなければ繰り込み可能な理論とはならない．

3. 弱い力

一方，弱い力は，低エネルギーでは**4体フェルミ型相互作用**で記述される．例えばタウ粒子の電子への崩壊 $\tau \to e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ は

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\,\bar{\psi}_e(x)\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi_{\nu_e}(x) \times \bar{\psi}_{\nu_\tau}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\psi_\tau(x) \tag{6}$$

で表される（図3）．ここで ψ_X は粒子 X を表すスピノル場，$G_F \simeq 1.17\times10^{-5}\,\text{GeV}^{-2}$ はフェルミ定数である．

式(6)の因子 $(1-\gamma_5)$ はパリティの破れを表している．例えばタウ粒子に注目しよう．タウ粒子には進行方向に対してスピンが右巻きの成分 $\psi_{\tau,R} = (\frac{1+\gamma_5}{2})\psi_\tau$ と左巻きの成分 $\psi_{\tau,L} = (\frac{1-\gamma_5}{2})\psi_\tau$ があり，タウ粒子の場はそれらの和 $\psi_\tau = \psi_{\tau,R} + \psi_{\tau,L}$ になっている．式(6)は，弱い相互作用がタウ粒子の左巻き成分だけに作用していることを表している（パリティの破れ）．他の粒子も同様で，式(6)に登場する粒子はすべて左巻き成分（反粒子は右巻き成分）に射影されている．

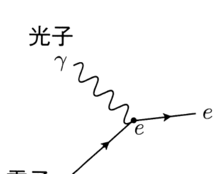


図2　電子と光子の相互作用．

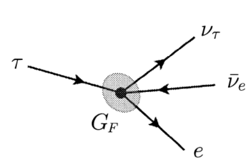


図3　弱い相互作用によるタウ粒子の電子への崩壊．

もう一つ重要な点として，式(6)のような4体フェルミ型相互作用で記述される理論は繰り込み不可能である．つまり摂動の高次効果を計算しようとしても，この場合は繰り込みの手法で発散を取り除くことができない．

4. 電磁気力と弱い力の共通点

電磁気力と弱い力には共通点と，異なる点がある．まず共通点を見ていこう．

(i) 普遍性：

例えばタウ粒子のミュー粒子への崩壊 $\tau \to \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ は，式(6)で $\bar{\psi}_e \to \bar{\psi}_\mu$，$\psi_{\nu_e} \to \psi_{\nu_\mu}$ と置き換えただけの，全く同じ形，同じ結合定数 G_F の相互作用で記述される．実際，それぞれの崩壊モードの崩壊分岐比は $\mathrm{Br}(\tau \to e\bar{\nu}_e\nu_\tau) \simeq 17.85\%$，$\mathrm{Br}(\tau \to \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau) \simeq 17.36\%$ と，ほぼ同じ値になっている．これは弱い力が電子とミュー粒子に対して全く同じように働いていることを示している．

このような相互作用の普遍性はゲージ理論の著しい特徴であり[*4]，弱い力も電磁気力と同じようにゲージ理論で記述されていることを示唆している（図4）．

(ii) ベクトル型の相互作用：

式(6)を見ると，弱い相互作用はカレントの積の形をしている．この点もQEDと共通しており[*5]，やはり弱い力も何か別のゲージボソンの交換によって起こっていることを示唆している（図4）．

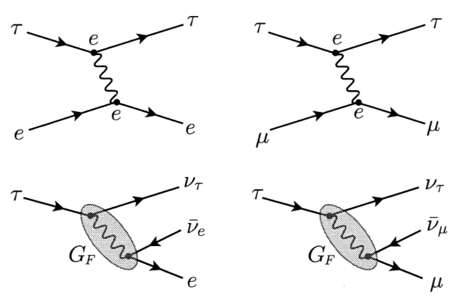


図4　（上）電磁相互作用は普遍的である．（下）弱い相互作用も普遍的であり，背後にゲージ対称性があることを示唆している．

*4)　…と書いたが，実はQEDの範囲では異なる世代の粒子が同じ電荷を持つことは説明できない（ミュー粒子と電子が全然違う電荷を持っていても構わない！）．ただし電弱統一理論では，ヒッグスとの湯川結合を要求すると電子とミュー粒子が同じ電荷を持つことが導かれる．

5. 電磁気力と弱い力の違い

4節で見たように，弱い力と電磁気力にはいくつかの共通点があり，それらは弱い力の背後にもゲージ理論があることを示唆していた．しかし一方で，両者にはいくつかの大きな違いもある．

(a) 弱い力は粒子の種類を変えてしまう．

図4に見られるように，光子と反応してもタウ粒子はタウ粒子のままだが，弱い相互作用ではタウ粒子はタウニュートリノに変化している．弱い力がゲージ理論で記述されているとしたら，そのゲージボソンは光子とは異なり，粒子の種類を変えてしまう性質を持っていることになる．

(b) 弱い力は短距離力である．

短距離力であること自体は，交換されている粒子が重いと考えれば説明できる（湯川中間子論と同様の考え方）．しかし一方で2節で見たように，QEDではゲージ対称性によってゲージボソンの質量がゼロになっていた．短距離力をゲージボソンの交換で記述するのは簡単ではなさそうだ．

(c) 弱い力は左巻き成分だけに作用する．

3節で見たように，弱い力は左巻き成分だけに作用する．弱い力がゲージボソンの交換によって起こっているとすると，そのラグランジアン密度は

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R \qquad (7)$$

のようになっているはずである．左巻き成分の項だけが共変微分となってゲージ場と結合していることに注目してほしい．したがって弱い相互作用のゲージ変換（式(2)に相当するもの）では左巻き成分 ψ_L だけが変換し，

$$\psi_L(x) \to e^{-i\alpha(x)}\psi_L(x), \qquad (8)$$

$$\psi_R(x) \to \psi_R(x) \qquad (9)$$

*5)　ただしベクトルカレント $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ だけでなく擬ベクトルカレント $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ がある点は異なる．3節，5節を参照．

のようになっているはずである[*6)]．

ところが，これが困った問題を起こす．粒子が質量を持てないのだ．ψ が電子を表すとしよう．電子の質量を表す項（QED の (4) 式を参照）は，ψ を右巻き成分と左巻き成分に分解すると

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \tag{10}$$

のようになり，質量項が右巻き成分と左巻き成分を混ぜるような形になっている．ところがこの質量項は，左巻き成分だけに作用するゲージ変換 (8), (9) に対して不変ではない．つまり電子の質量がゲージ対称性によって禁止されてしまっている！

以上，この節では弱い力と電磁気力との違いを見てきた．弱い相互作用がQED と同じようなゲージ理論で記述されていると考えるには，いくつかの大きな壁があるようだ．次節からはいよいよ，電弱統一理論がどうやってこの壁を乗り越えて 2 つの力を統一しているかを見ていこう．

6. 非可換ゲージ理論

問題 **(a)** から始めよう．相互作用が粒子の種類を変えてしまうという点は，**非可換ゲージ理論**を考えることで説明できる．QED のゲージ変換 (2) は，数学的には U(1) 群（可換群）という群の構造を持つ．これに対し，非可換群の変換に基づくゲージ理論のことを非可換ゲージ理論と言う．

弱い相互作用では電子と電子ニュートリノ，あるいはタウ粒子とタウニュートリノが変換するといったように，粒子が 2 重項をなしているので (図 4 参照)，ゲージ群として SU(2) を考えることにする．例えば電子と電子ニュートリノを対にして

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_{e,L} \end{pmatrix} \tag{11}$$

という 2 重項を考える．弱い力の性質から電子の左巻き成分だけをニュートリノと対にしている．SU(2) ゲージ変換の下，この 2 重項は

$$\psi_L(x) \to U(x)\psi_L(x), \tag{12}$$
$$\bar{\psi}_L(x) \to \bar{\psi}_L(x)U^\dagger(x) \tag{13}$$

のように変換する．ただし $U(x)$ は 2×2 行列で，$U(x) = \exp[i\omega^a(x)T^a]$ で与えられ，$\omega^a(x)$ $(a = 1, 2, 3)$ は変換パラメータ，$T^a = \frac{1}{2}\sigma^a$，

$$\sigma^a = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

はパウリ行列である．

この変換の下で不変なラグランジアン密度は，QED の式 (4) と同じような形をしており，

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a,\mu\nu}, \tag{14}$$
$$D_\mu\psi_L(x) = \left[\partial_\mu - igW^a_\mu(x)T^a\right]\psi_L(x) \tag{15}$$

で与えられる．ここで，共変微分の中に現れた $W^a_\mu(x)$ $(a = 1, 2, 3)$ がこの SU(2) ゲージ理論のゲージ場である[*7)]．ここで大事なのは，共変微分に含まれているゲージ場 W^a_μ とスピノル場 ψ_L の結合が，行列の形をしていることである．実際，式 (14) を良く見ると，ゲージ場 W^1_μ や W^2_μ との相互作用では電子と電子ニュートリノが入れ替わっていることが分かる．

これで，粒子の種類を変えるゲージ理論はできたので，前節の問題 **(a)** はクリアした．しかしまだ問題 **(b)**, **(c)** が残っている．

7. 自発的対称性の破れとヒッグス機構

ゲージ場に質量を与え，5 節の問題 **(b)** を解決してくれるのが，ゲージ理論における**自発的対称性の破れ**による**ヒッグス機構**である．電弱統一理論におけるヒッグス機構は少し込み入っているので，簡単な例から少しずつ見ていこう．

---

*6) 簡単のためここでは U(1) 変換のように書いたが，後で見るように本当は非可換ゲージ変換となる．

*7) g は結合定数．ゲージ場のゲージ変換は

$$W^a_\mu(x)T^a \to U(x)\left[W^a_\mu(x)T^a + \frac{i}{g}\partial_\mu\right]U^\dagger(x)$$

で与えられる．また $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu + g\epsilon^{abc}W^b_\mu W^c_\nu$．式 (14) がゲージ不変であることをチェックしてみよう．

7.1 ヒッグス機構その 1：U(1) の例

複素スカラー場 $\varphi(x)$ のラグランジアン密度

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \tag{16}$$

を考える．ポテンシャル $V(\varphi)$ として，

$$V(\varphi) = m^2(\varphi^\dagger \varphi) + \lambda(\varphi^\dagger \varphi)^2 \tag{17}$$

のような形（$m^2 > 0$，$\lambda > 0$）を考えると，この理論は，U(1) 変換 $\varphi(x) \to e^{i\alpha}\varphi(x)$ に対して不変である．ゲージ理論を考えるため，2 節のときと同様，この変換を局所変換 $\varphi(x) \to e^{i\alpha(x)}\varphi(x)$ に拡張する．理論をゲージ不変にするためにゲージ場を導入し，ゲージ場の運動項も加えると，ラグランジアン密度は

$$\mathcal{L} = D_\mu \varphi^\dagger D^\mu \varphi - V(\varphi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{18}$$

となる．ただし共変微分は $D_\mu\varphi = [\partial_\mu - ieA_\mu]\varphi$，$A_\mu$ のゲージ変換は $A_\mu \to A_\mu + (1/e)\partial_\mu\alpha$ である．

さて，ここで質量 m^2 を $-\mu^2$（< 0）に置き換えてみる．

$$V(\varphi) = -\mu^2(\varphi^\dagger \varphi) + \lambda(\varphi^\dagger \varphi)^2. \tag{19}$$

するとポテンシャルの最小値において，φ の真空期待値が有限の値

$$\langle \varphi(x) \rangle = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}} e^{i\theta} \tag{20}$$

を持ち，U(1) 対称性が破れることが分かる．位相 θ はポテンシャルからは決まらないが，真空は θ の値をどこかに勝手に選ぶことになる．こうして勝手に（自発的に）選ばれた真空は，U(1) 変換に対して不変ではない．元の理論（＝ラグランジアン密度 (18) 式）が対称性を持っているのに対し，場の真空期待値がその対称性を破ってしまっている．これを自発的対称性の破れと言う．

$\varphi(x)$ の真空期待値を元のラグランジアン密度 (18) に代入すると，ゲージ場の質量項

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2}m_A^2 A_\mu A^\mu, \quad m_A^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \tag{21}$$

が得られる．こうして，元の理論がゲージ対称性を持っているにも関わらず，ゲージ場が質量を持つことができた*8)．これがヒッグス機構である．

7.2 ヒッグス機構その 2：SU(2) の例

このヒッグス機構を 6 節の SU(2) ゲージ理論に応用しよう．まず，複素スカラー場の 2 重項 $\phi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x))^T$ を考え，6 節の ψ_L と同じように $\phi(x) \to U(x)\phi(x)$ と SU(2) 変換するとしよう．この $\phi(x)$ の SU(2) ゲージ不変なラグランジアン密度として，

$$\mathcal{L} = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi), \tag{22}$$

$$D_\mu\phi = \left[\partial_\mu - igW_\mu^a T^a\right]\phi, \tag{23}$$

$$V(\phi) = -\mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \tag{24}$$

を考える．式 (14) と (22) を足したものが新しいラグランジアン密度だ．7.1 節のときと同様，ポテンシャル (24) の最小値において，ϕ が有限の真空期待値を持つ．一般性を失わず，

$$\langle\phi(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \tag{25}$$

と取れる．(22) 式に代入すると，ゲージ場の質量項

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2}m_W^2 W_\mu^a W^{a,\mu}, \quad m_W = \frac{g}{2}v \tag{26}$$

が得られる．これで「質量を持ち，かつ粒子の種類を変える」ゲージボゾンができた．

ついに電弱統一理論ができたか？！ いやちょっと待ってほしい．このままでは光子が居ない．では QED と組み合わせて，ψ_L が (4) 式のように光子と結合しているとすれば良いだろうか？ でもそれではニュートリノも電荷を持ってしまう．また図 4 から弱い力のゲージボゾンは電荷 ± 1 を持つと考えられるが，このままでは電荷を持てない．

7.3 ヒッグス機構その 3：電弱統一

上記の問題は，スカラー場の 2 重項 $\phi(x)$ が SU(2) だけでなく別の U(1) ゲージ変換（U(1)_Y と呼ぶ）に対しても変換するとすれば解決する．このとき共変微分 (23) は

$$D_\mu\phi = \left[\partial_\mu - igW_\mu^a T^a - \frac{ig'}{2}B_\mu\right]\phi \tag{27}$$

---

*8) この際，ゲージボゾンは南部・ゴールドストンボゾン（＝ φ の θ 方向の自由度）を吸収して自由度が 2 から 3 に増えている．

のようになる．ただし B_μ は $\mathrm{U}(1)_Y$ のゲージ場，g' はその結合定数であり，ϕ の $\mathrm{U}(1)_Y$ 電荷を 1/2 とした．(22) 式の残りの部分は元のままである．ここに ϕ の期待値 (25) を代入すると，以下の 4 つのゲージボゾンが質量固有状態として得られる．

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad m_W = \frac{g}{2}v,$$
$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W, \quad m_Z = \frac{g}{2\cos\theta_W}v,$$
$$A_\mu = W_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W, \quad m_A = 0. \qquad (28)$$

ただし $\tan\theta_W = g'/g$．$W_\mu^\pm$ が弱い力を媒介するゲージボゾン，質量ゼロの A_μ が QED のゲージボゾン，つまり光子である．実際，6 節の ψ_L が $\mathrm{U}(1)_Y$ 電荷 $-1/2$ を持つとすれば，ニュートリノは光子と結合せず，電磁気力は電子だけに作用することが分かる（結合定数は $e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W$）．ついにできた！

7.4 フェルミオンの質量

残る問題は (c) だけである．実はこれもヒッグス機構で解決される．ここまでしばらく登場しなかった右巻き電子 $\psi_{e,R}$ について考えよう．$\psi_{e,R}$ は弱い力が作用しないので SU(2) の 1 重項であり，さらに QED の電荷から $\mathrm{U}(1)_Y$ 電荷は -1 のはずだ．すると，ψ_L, $\psi_{e,R}$ とヒッグス場 ϕ を合わせて，$\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{U}(1)_Y$ 不変な湯川型の相互作用項

$$\mathcal{L} = y\,\bar{\psi}_{e,R}\,(\phi^\dagger\psi_L) + h.c. \qquad (29)$$

が書ける．ここに ϕ の真空期待値 (25) を代入すると，電子の質量項 (10) が得られる！（$m = yv/\sqrt{2}$.）

8. 電弱統一理論

こうしてでき上がった電弱統一理論は…

- その名の通り，電磁気力と弱い力の統一理論となっている．QED を含み，低エネルギー極限でフェルミの 4 点相互作用による弱い力を再現する（W ボゾンを積分することで得られる）．
- 自発的対称性の破れによって，光子以外のすべてのゲージ粒子に質量を与える．
- くりこみ可能である．これは電弱統一理論が提唱されたときには分かっていなかったが，数年後に証明された．
- Z ボゾンによる中性カレントを予言した．これは数年後に実験的に検証された．
- W, Z ボゾンの存在を予言し，質量も予言した．これも後に予言通りに検証された．

9.「ヒッグス力」？

最後にヒッグス場の相互作用について．標準模型の相互作用のうちゲージ相互作用については，ゲージ理論という枠組みで非常に統一的に記述されており，また実験的にも精密に検証されている．しかしヒッグス場 ϕ の相互作用，つまり (24) 式の λ や (29) 式の y については，直接的な実験的証拠は全くない．理論的にも，湯川結合 y にはクォーク，レプトンの 3 世代合わせて 10 個以上のパラメータがあるが，ゲージ相互作用のような普遍性は全くなく，とても統一的に理解されているとは言えない．つまり「ヒッグス力」だけは「力の統一」から外されてしまっているのだ（したがって図 1 にも入れてもらえない）．

「ヒッグス力」を直接検証し，理解するには，衝突実験によってヒッグスボゾン（$\phi(x)$ の中の $\varphi_2(x)$ の実軸方向＝期待値 v の方向の自由度）を生成して，その性質を調べるしかない．まずは現在稼働中の LHC でヒッグスボゾンが発見され，その性質が少しでも明らかになることを期待したい．

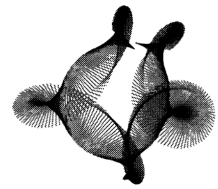
参考文献

1) 仁尾真紀子，本特集記事．
2) 日笠健一，本特集記事．
3) 初田哲男，本特集記事．
4) 数理科学 2007 年 11 月号「電弱統一理論」特集記事．
5) 棚橋誠治「電弱対称性の破れとヒッグス粒子」数理科学 2004 年 12 月号（別冊数理科学 2007 年 10 月号に再録）；牟田泰三，向川政治「電磁気学から電弱統一理論へ」数理科学 2001 年 5 月号（臨時別冊・数理科学 2009 年 7 月号に再録）．

（はまぐち・こういち，東京大学大学院理学系研究科）

大統一理論

電磁気力と弱い力，強い力



久野 純治

1. はじめに

スイス，ジュネーブ郊外，フランスとの国境を跨いで大型ハドロン衝突型加速器（LHC）がある．2008年9月10日より稼働し，素粒子物理における**標準模型**（以下，標準模型）の最後のミッシングピースであるヒッグスボゾンの探索が行われている．標準模型がまもなく実験的に完全に確立されるかもしれない．

標準模型は，物質を構成する素粒子，クォークやレプトン，そしてそれらの素粒子間に働く基本的な力，電磁気力と弱い力，強い力をゲージ場の量子論を基礎に記述する理論である．この理論が素粒子反応過程を正しく説明していることは様々な実験により示されており，また理論としてもそれ自身矛盾がないこともわかっている．しかしながら，この成功は，人類が今までに実験的に到達した100 GeV*1)程度以下のエネルギーの素粒子反応過程に限られる．標準模型が重力の量子化を含んでいないことからもわかるとおり，この理論が素粒子の究極の理論としては不十分であることは明らかであり，他にも様々な理由が加わって標準模型は拡張が必要であると考えられている．

本稿では標準模型の持つ多様性の起源について述べていく．なぜ複数の力が存在し，さらに多様な物質構成の素粒子が存在しているのか．多様なものを統一的に理解したいというのは人間の知的活動の１つの現れである．しかしながら，博物学的にたくさんのものを入れられる大きな箱を用意しようということではない．標準模型には，統一的描像が超高エネルギーに存在することを示唆するパズルが存在する．その１つが**電荷の量子化の問題**であり，もう１つが**三角異常の相殺の問題**である．両者の問題は，標準模型の３つの力を統一し，物質を構成する素粒子を統一する**大統一理論**[1)]を示唆している．

さらに新たな証拠が存在する．測定した3つの力の強さを高エネルギーに外挿したとき，10^{16} GeVという超高エネルギーで一致することがわかっている．これは大統一理論の予言と一致する．ただし，この一致には新たな仮定が必要がある．**超対称性**の導入である．超対称性は大統一理論と標準模型の間にあるエネルギースケールの階層構造をいかに説明するか（**ゲージ階層性問題**）という問題の解であると期待されており，超対称化した大統一理論，**超対称大統一理論**はより現実的な大統一理論と言える．

2. 隠されたパズル

標準模型に隠されたパズルを述べる前に，標準模型の構造をまずは眺めよう．

素粒子の基本的相互作用はゲージ理論によって記述される．ゲージ理論では対称性（ゲージ対称

*1) 1 GeVは10^9電子ボルト．

表 1　第一世代の物質を構成する素粒子.

	$SU(3)$	$SU(2)$	T_3	Y	Q	B	L
右巻きアップクォーク	**3**	**1**	0	+2/3	+2/3	1/3	0
右巻きダウンクォーク	**3**	**1**	0	−1/3	−1/3	1/3	0
左巻きアップクォーク	**3**	**2**	+1/2	+1/6	+2/3	1/3	0
左巻きダウンクォーク			−1/2		−1/3		
右巻き電子	**1**	**1**	0	−1	−1	0	1
左巻きニュートリノ	**1**	**2**	+1/2	−1/2	0	0	1
左巻き電子			−1/2		−1		

性）が導入され，その物理法則が時空の各点各点でそのゲージ変換の下で不変であることが要求される．その結果，ゲージ変換それぞれに対してスピン 1*2) のゲージ場が力を媒介する素粒子の場として導入される．電磁相互作用のゲージ変換の群は場の位相変換に対応する $U(1)$ 群で，そのゲージ場が電磁場である．強い相互作用のゲージ対称性は，クォークのもつ 3 つの色荷（カラー）を回転する特殊ユニタリー群の $SU(3)$ で，その結果 8 つのゲージ場（グルーオン）が導入される．弱い相互作用は，電弱ゲージ対称性 $SU(2) \otimes U(1)$ が電磁相互作用のゲージ対称性 $U(1)$ へと自発的に破れた際，破れた対称性の変換の自由度に対応して導入される 3 つのゲージ場によって引き起こされるものである．

標準模型において電弱ゲージ対称性の自発的破れはスカラー場のヒッグス場が真空期待値を持つことによって生じ，これにより標準模型の素粒子は質量を獲得する．したがって，標準模型を構成する上でもともと質量がない粒子の場がこの理論の基本的な構成要素となる．例えば，電子やクォークなどの質量を持つフェルミオンは右巻きと左巻きのスピンを持つフェルミオン 2 つから構成される．

質量は違うが全く同じゲージ相互作用をするクォーク，レプトンが，それぞれ 3 種類存在することがわかっている．この構造は「世代」構造と呼ばれている．例えば，第一世代の電子に対して，第二世代のミューオン，第三世代のタウレプトンといった具合にである．表 1 に第一世代粒子とその量子数をまとめた．$SU(3)$, $SU(2)$ の欄にはその対称性のもとでの次元を記してある．左巻きクォーク，左巻きレプトンはそれぞれ $SU(2)$ 二重項をなしており，その成分は $SU(2)$ の三番目の生成子 T_3 の固有値でラベルされる．Y は電弱ゲージ対称性の $U(1)$ の電荷（ハイパーチャージ）である．自発的対称性の破れの結果，電磁相互作用の電荷 Q は $T_3 + Y$ と与えられるため，それにより Y の値は一意に決められる．

*2)　スピンは静止系でのみ定義できる量であるため，質量のない粒子では定義できない．ここでの「スピン」は正確にはヘリシティである．以下，誤解を与えない範囲で，「スピン」という単語を使っていく．

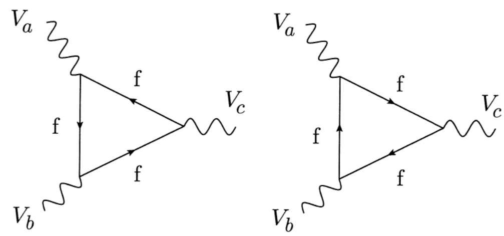


図 1　三角異常のダイアグラム．V_a, V_b, V_c は標準模型のゲージ場，f はフェルミオンである．

かなりかいつまんで標準模型の構造を説明したつもりではあるが，それでも標準模型は複雑である．3 種類のゲージ対称性，3 つの世代，さらに世代ごとに右巻き左巻き合わせて 7 つのクォークとレプトン．どうしても素粒子と相互作用の多様性の起源を求めたくなる．はじめに述べたとおり，統一的描像を示唆するパズルが標準模型には存在し，それらは電荷の量子化の問題と三角異常の相殺の問題である．

まずは三角異常の相殺の問題を見てみよう．標準模型は矛盾のない理論と述べたが，一見これが非自明な形で成り立っている．図 1 のようなクォークやレプトンのループの三角ダイアグラムを通し

てゲージ場どうしが相互作用を生じるが，回っているフェルミオンの運動量積分をするとこの寄与はゲージ対称性を破った形で紫外発散を一般に出す．このことは理論がくりこみ可能ではなく予言能力をもたないことを意味する．この破れの寄与がでないようにしないといけない．これが三角異常の相殺の問題である．

三角異常の相殺の条件は次の通りである．

$$\mathrm{Tr}_L(T_a\{T_b,T_c\})-\mathrm{Tr}_R(T_a\{T_b,T_c\})=0.$$

第一項は三角ダイアグラム内を回る左巻フェルミオンの寄与，第二項は右巻きフェルミオンの寄与で，それらの差で三角異常によるゲージ対称性の破れが与えられる．T_a はゲージ場に対応するゲージ変換の生成子で，図 1 のダイアグラムから期待されるとおり a，b，c は入れ替えに対して対称になっている．例えば，a と b にそれぞれ $SU(2)$ の生成子，c にハイパーチャージを取った場合，三角異常の相殺の条件の左辺は次の通りになる．

$$N_g(Y_qN_c+Y_l).$$

また，a，b，c ともにハイパーチャージを取った場合は

$$N_g(2N_cY_q^3+2Y_l^3)-N_g(N_cY_u^3+N_cY_d^3+Y_e^3).$$

ここで Y_q と Y_l と左巻きクォーク，レプトンのハイパーチャージ，Y_u，Y_d，Y_e は右巻きのアップ，ダウンクォーク，レプトンのハイパーチャージである．N_c，N_g はそれぞれカラーの数，世代の数でともにで 3 である．これら 2 つの量は表 1 からわかるとおりゼロになる．三角異常の相殺は独立したゲージ群の組合せに対して同一世代内のクォーク，レプトンの間で非自明な形で行われており，このことは 3 つの力の統一とともに，クォーク，レプトンが世代ごとに統一されることを示唆している．

次に，電荷の量子化の問題である．電子と陽子の電荷の大きさが等しいことが一般に仮定されており，またそのずれがあったとしても観測的に 10^{-21} より小さいことがわかっている．一方で，ゲージ対称性が $U(1)$ である電磁場の方程式は線形であるため結合定数の規格化は任意で，電荷が離散的値をとる理由がない．これが電荷の量子化の問題である．この問題は，標準模型においては，なぜハイパーチャージが離散的値をとるかという問題となる．この問題を解決する方法は $U(1)$ をより大きな単純群 G に埋め込むことである．もし，G の自発的対称性の破れにより $U(1)$ が生じたのであれば，$U(1)$ の電荷は G の変換の生成子で与えられ，離散的な値を持つことになるからである．

電荷の量子化の問題は標準模型のゲージ対称性の拡張を要求している．さらに，もし G が $U(1)$ に加え $SU(3)\otimes SU(2)$ も含むのであれば，多くの不必要な場を新たに導入することなく電荷の量子化を説明することができることとなる．次にこのことが大統一理論において実現されていることを見ていこう．

3. 力の統一，物質場の統一

標準模型のゲージ群 $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)$ の階数は 4 である．階数とは同時可換な生成子の数で，$SU(3)$ が 2 つ，$SU(2)$，$U(1)$ がそれぞれ 1 つだからだ．3 つのゲージ群が 1 つの単純群 G の部分群であるとすると，G の階数は最低でも 4 である必要がある．階数が 4 であるゲージ群は複数あるが，その中でクォーク，レプトンを過不足なく G の表現に埋め込めるのは $SU(5)$ である．したがって，$SU(5)$ 大統一理論は最小の大統一理論である．

$SU(5)$ ゲージ対称性の生成子は 24 個あり，トレースがゼロの 5×5 のエルミート行列で与えられる．したがって，標準模型のゲージ場は以下の通り $SU(5)$ のゲージ場に埋め込まれる．

$$\sum_{a=1-24}V_a^\mu T_a=\begin{pmatrix}G^\mu & X^\mu\\ X^{\mu\dagger} & W^\mu\end{pmatrix}-\sqrt{\frac{3}{5}}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\boldsymbol{I}_3 & \\ & -\frac{1}{2}\boldsymbol{I}_2\end{pmatrix}B^\mu. \tag{1}$$

左肩のトレースゼロ 3×3 の行列 G^μ は $SU(3)$ のゲージ場，右下のトレースゼロ 2×2 の行列 W^μ は $SU(2)$ のゲージ場，そして B^μ はハイパーチャージのゲージ場である*3)．X^μ は $SU(5)$ にゲージ群を拡張したことで新たに導入された複素ゲージ場で，実場で数えて 12 成分存在する．以下このゲージ場を，X ボゾンと呼んでいく．

ハイパーチャージのゲージ場の生成子の固有値は期待通り，$SU(5)$ 大統一理論において，離散化（量子化）されている．驚くべきことに，クォークとレプトンは世代ごとに $SU(5)$ の $\mathbf{5}$ 次元表現と $\mathbf{10}$ 次元表現*4)に過不足なく以下のように埋め込むことができ，クォークとレプトンのハイパーチャージが自動的に導かれる．

$$\mathbf{5}=(\mathbf{3},\mathbf{1})_{1/3}\otimes(\mathbf{1},\mathbf{2})_{-1/2},$$
$$\mathbf{10}=(\mathbf{3},\mathbf{2})_{1/6}\otimes(\mathbf{3}^\star,\mathbf{1})_{-2/3}\otimes(\mathbf{1},\mathbf{1})_1.$$

括弧の中の 1 つ目が $SU(3)$ の次元，2 つ目が $SU(2)$，添え字がハイパーチャージである*5)．表 1 と見比べることで，右巻きダウンクォークと左巻きレプトンの反粒子で $\mathbf{5}$ 次元表現が，残りのクォークとレプトンで $\mathbf{10}$ 次元表現となっていることがわかる．

以上，$SU(5)$ 大統一理論において，標準模型のゲージ群は 1 つの単純群に統一され電荷の量子化が実現されているのを見た．一方物質を構成する素粒子，クォークとレプトンの統一はまだ部分的である．それに併せて，三角異常の相殺の問題もこの段階では不完全である．相殺は $\mathbf{5}$ 次元表現と $\mathbf{10}$ 次元表現のフェルミオンの間の相殺により実現しているからである．三角異常の相殺の問題を解決するには，$\mathbf{5}$ 次元表現と $\mathbf{10}$ 次元表現のフェルミオンを統一する大統一理論を構築する必要である．これにはゲージ群の階数を大きくし，$\mathbf{5}$ 次元表現と $\mathbf{10}$ 次元表現を区別するような $U(1)'$ を含む群を用意する必要がある．

この最小な拡張が $SO(10)$ 大統一理論である．$SO(10)$ は $SU(5)\otimes U(1)'$ を部分群としてもつ．さらに，$SO(10)$ のスピノール表現は $\mathbf{16}$ 次元表現で，それを $SU(5)\otimes U(1)'$ で分解すると

$$\mathbf{16}=\mathbf{10}_1\oplus\mathbf{5}^\star{}_{-3}\oplus\mathbf{1}_5$$

となり，$SU(5)$ の $\mathbf{5}$ 次元表現と $\mathbf{10}$ 次元表現を含む．しかしまだ 1 自由度残っている．実はこの自由度は右巻きニュートリノに対応する．ニュートリノ振動の観測によりニュートリノが有限の質量をもつことがわかっているが，その質量を導く上で右巻きニュートリノの存在は歓迎である．

3 つの力を統一し，物質を構成する素粒子を統一する大統一理論は，陽子崩壊が予言する．標準模型では，表 1 の通り，クォーク，レプトンにはそれぞれバリオン数 (B)，レプトン数 (L) という保存量が存在し，この結果，バリオン数 1 を持つ最も軽い粒子である陽子は安定粒子である．しかし，大統一理論では，クォークとレプトンは区別されないことから，これらの量は保存されず，陽子崩壊が予言される．実際，$SU(5)$ 大統一理論では図 2 のように X ボゾンはクォーク，レプトン間を媒介することができ，陽子崩壊を起こす．X ボゾンによる陽子崩壊の主要な崩壊モードは $p\to\pi^0e^+$ である．標準模型においてミューオンの崩壊は W ボゾンを媒介することで生じる有効 4 体フェルミ相互作用で記述されるが，それとのアナロジーにより X ボゾンによる陽子の寿命を評価することが次の通りできる．

$$\tau_p\sim\tau_\mu\left(\frac{m_\mu}{m_p}\right)^5\left(\frac{m_X}{m_W}\right)^4. \qquad (2)$$

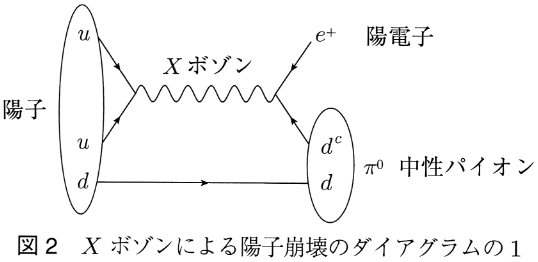


図 2　X ボゾンによる陽子崩壊のダイアグラムの 1 つ．

*3)　$\boldsymbol{I}_3$，$\boldsymbol{I}_2$ はそれぞれ 3×3，2×2 の単位行列．

*4)　$\mathbf{5}$ 次元表現は $SU(5)$ の基本表現で，$\mathbf{10}$ 次元表現は基本表現 2 つの反対称積から作られる．

*5)　$\star$ は複素共役表現を表す．

m_X，m_W はそれぞれ X ボゾン，W ボゾンの質量である．

陽子崩壊探索が多くの実験グループでなされ，今なお見つかっていない．現在，最もよい陽子の寿命の下限を与えている実験はスーパーカミオカンデ実験である．崩壊モードを $p \to \pi^0 e^+$ に仮定したときの陽子の寿命の下限は現在 10^{34} 年を超えている[2]．これにより，X ボゾンの質量の下限は 10^{15} GeV となる．

4. 超対称性とゲージ結合定数の統一

ここで 1 つ大きな問題が現れる．標準模型において電弱ゲージボゾンの質量は高々 100 GeV 程度である一方で，大統一理論に現れる新たなゲージボゾンは 10^{15} GeV 以上と，とてつもなく大きい質量を持っている．この階層構造はどのようにして作られたのであろうか．この問題は「ゲージ階層性問題」と呼ばれる．より基本的な理論が高エネルギーにあることを考えたとき，標準模型それ自体がまだ完成されていないことが見えてくる．

今一度標準模型を見直してみよう．標準模型において電弱ゲージ対称性の破れはスカラー場であるヒッグス場が真空期待値を持つことで生じる．したがって，真空期待値の大きさを決めるヒッグス場の質量パラメータは標準模型唯一の質量次元をもつ量と言える．一方，スカラー場であるヒッグス場の質量項の質量パラメータは質量次元が 2 で，その結果，質量パラメータに対する量子補正は理論の適応限界のスケール (Λ) の 2 次に比例してしまう．Λ が大統一理論のエネルギースケールだとすれば，$(10^{15}\,\mathrm{GeV})^2$ 以上の補正を質量パラメータが受けることになる．標準模型は繰り込み可能な理論であり，元々あった“裸”の質量パラメータとその量子補正の間で相殺が起きれば，期待される $(100\,\mathrm{GeV})^2$ 程度の質量パラメータを導くことが可能であるが，このことはいかにも不自然である．

クォークやレプトンといったフェルミオンや電弱ゲージボゾンの質量に対して，Λ のべきに比例した巨大な補正が現れることは，対称性によってない．ゲージボゾンの質量がゼロのリミットでゲージ対称性が回復する．フェルミオンの場合は，質量がゼロの極限で右巻きのフェルミオンと左巻きフェルミオンが独立した自由度となり，それぞれのフェルミオンの位相を独立に変えることのできる対称性（カイラル対称性）が現れる．

標準模型のヒッグス場の質量パラメータへ量子補正の問題は，統計性の異なるボゾンとフェルミオンの間の対称性である超対称性の導入により解決される．フェルミオンの質量がゼロの極限でカイラル対称性が現れると述べたが，超対称性の結果，スカラー場であるヒッグスボゾンに対してもカイラル対称性を課すことが可能となる．これにより，フェルミオンと同様に，ヒッグスボゾンの質量パラメータに対して Λ^2 に比例する量子補正が現れなくなる．

標準模型への超対称性の導入は，大統一理論における階層構造を量子補正に対して安定化することができるため，歓迎される拡張である．さらに「ゲージ階層性問題」を解決するためには，大統一理論のスケールに比べ小さくとも有限のヒッグス場の質量パラメータを説明しないといけない．これは，超対称性の動的な破れによって理解できる．

超対称性はボゾンとフェルミオンの質量が等しくなることを要求するが，現実の世界，すなわち標準模型ではそうはなっておらず，超対称性は破れている．詳細は省くが，標準模型に超対称性を導入した際，ヒッグス場の質量パラメータと超対称性の破れが密接に関係している．したがって，標準模型の強い相互作用のように低エネルギーである相互作用が強くなる動的なセクターで超対称性が破れ，それが引き金となってヒッグス場の質量パラメータが導かれるのであれば，ゲージ階層性問題は解けることになる．

10^{15} GeV を超えるエネルギースケールで実現されているであろう大統一理論を検証するには，大統一理論において新たに導入された相互作用を探すか，もしくは，独立なパラメータの間に大統一理論の対称性から期待される関係があることを

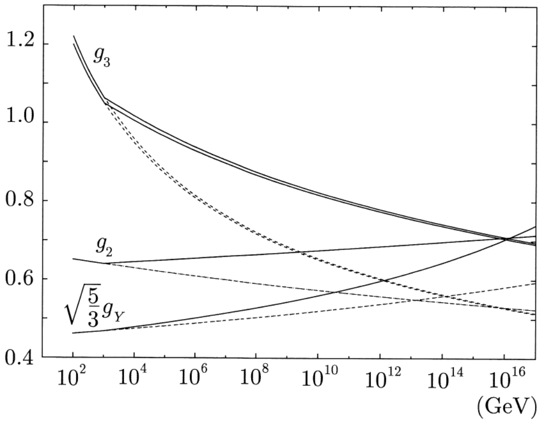


図3 標準模型の3つのゲージ結合定数の高エネルギーでの振舞い．破線は標準模型を，実線は 10^3 GeV 以上では超対称標準模型を仮定して，高エネルギーへ外挿した．

確認する必要がある．陽子崩壊探索は前者であるが，現在のところその兆候は見えていない．以下では後者の1つであるゲージ結合定数の統一により，超対称大統一理論の検証の1つがなされたことを見る．

大統一理論において標準模型の3つのゲージ群が1つの群に統一されたことにより，それらの相互作用の強さ（ゲージ結合定数）が以下の通り共通の値で与えられる．

$$g_3 = g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}g_Y.$$

g_3, g_2, g_Y はそれぞれ標準模型の $SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$ のゲージ結合定数で，g_Y の前の係数は $U(1)$ を $SU(5)$ の群に埋め込んだ際の規格化からくる．（式 (1) を参照．）低エネルギーにおいて3つの結合定数に差が出るのは量子補正の結果である．したがって，大統一理論のエネルギースケール以下の理論がわかっているのであれば，大統一理論のエネルギースケールと大統一理論のゲージ結合定数，2つのパラメータから3つの値が導かれる．すなわち，1つ非自明なテストが可能となる．

図3は，実験により測定された3つのゲージ結合定数を高エネルギーへ外挿したときの値を示したものである．破線は標準模型が高エネルギーに向かって正しいと思い外挿した場合，実線は 10^3 GeV 以上で超対称化した標準模型が実現されている場合である．前者では，3つのゲージ結合定数の一致は見られないが，後者では，標準模型の粒子の超対称パートナーの寄与が加わった結果，見事に3つのゲージ結合定数が 10^{16} GeV においてほぼ一点で一致していることがわかる[3)]．10^{16} GeV は X ボゾンに対する陽子崩壊の制限とも矛盾がない．このゲージ結合定数の統一は，超対称大統一理論の有力な証拠であると考えられている．

5. 残された謎

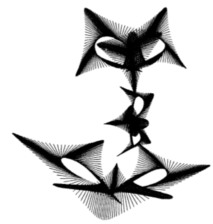
超対称大統一理論は標準模型の問題を解決し，さらにゲージ結合定数の一致という非自明なテストもクリアした．しかし，超対称大統一理論はすべてが必ずしもうまくいっているわけではない．カラーをもったヒッグス場（カラーヒッグス）が大統一理論において標準模型とヒッグス場の大統一のパートナーとして導入されるが，このカラーヒッグスは陽子崩壊を効率よく引き起こすことから，簡単な超対称大統一理論は観測から排除されてしまう[4)]．また，大統一理論のゲージ対称性がクォークとレプトンの質量の間に関係を導くが，これも簡単な模型では必ずもうまくいっていないのが現状である．大統一理論の構築と検証は現在もまだ道半ばと言える．

参考文献

1) H. Georgi and S.L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 438 (1974).
2) http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/whatsnew/new-20091125.html
3) P. Langacker and M.x. Luo, *Phys. Rev. D* **44**, 817 (1991); U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenau, *Phys. Lett. B* **260**, 447 (1991).
4) N. Sakai and T. Yanagida, *Nucl. Phys. B* **197**, 533 (1982); S. Weinberg, *Phys. Rev. D* **26**, 287 (1982).

（ひさの・じゅんじ，東京大学宇宙線研究所）

余剰次元
統一への新たな道筋



野村　泰紀

1. 高次元時空—基本的アイデア

皆さんもよく，我々の宇宙は実は**高次元時空**であるかもしれない，という考えを聞いたことがあるかと思う．語られる時空の次元は，5次元であったり，10次元であったりする．これはどういうことなのか？ 現存するすべての実験データ，および我々の感覚も，世界は3つの空間次元（縦，横，高さ：x, y, z）および1つの時間（t）で成り立っていることを示している．すなわち，ある出来事がいつ，どこで起こったは，(x, y, z, t) の4つの値を指定してやれば完全に決まることになる．これを，「世界は $3+1=4$ 次元である」という．

では，どこに4を超える**余剰次元**の存在する余地があるのだろうか？ 鍵となるのは，「次元の大きさ」は一定ではないと気づくことである．例えば，細長い電線を考えてみよう（図1，上）．この上で起こる出来事は，電線に沿った座標 x および時間 t を指定してやれば完全に指定されるように見える．すなわち，電線の上に住んでいる虫にとっては，世界は $1+1=2$ 次元であるように見えるし，また自然界をそのように記述してもほぼ間違いはない．しかし，電線表面（そこを虫は這っている）は，本当は $1+1$ 次元ではない．虫が小さな世界を拡大して見ることができれば，実は電線表面は x と y の2つの座標を要する2次元空間であり，世界は実は $2+1=3$ 次元であることに気がつくであろう（図1，下）．虫がそれに気づかなくても正しく自然を記述できるのは，単に「余剰次元」y が，虫の感知する世界に比べてはるかに小さいからである．

では，これと同じことが我々の世界に起こっていないと誰が言えるであろうか？ 我々の感知するスケールでは，明らかに我々の世界は $3+1$ 次元である．しかし，このことは小さな余剰次元の存在を否定しない．もし，我々の次元と「直交」する方向に小さな次元が存在するならば，それを知るには，何らかの形で小さなスケールを感知する必要がある．それには，実際に時空を「拡大して見る」ことが最も直接的であるが，余剰次元の大きさがあまりにも小さいときにはそれは現実的ではない．しかしそのような場合でも，間接的に余剰次元の存在を探る方法が存在する．以下，余剰次元がい

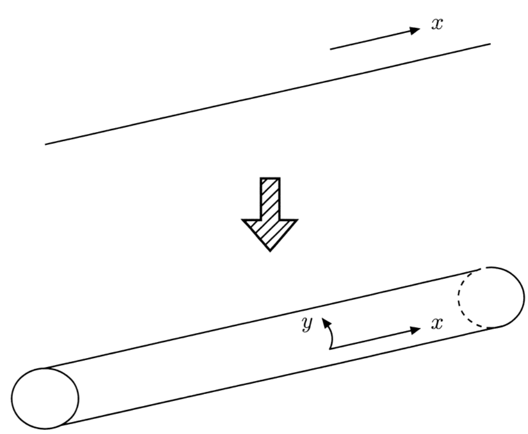


図1　小さな余剰次元は拡大することによって初めて感知することができる．

かに物理学の諸問題，特に**力や物質の統一**と関わり，またどのようにしてその存在を探ることができるのかを（大まかにではあるが）解説していく．

2. なぜ余剰次元？

上では小さな余剰次元の存在が，現在の実験結果や我々の感覚と矛盾しないことを見た．では，余剰次元の存在を必要とする積極的な理由はあるのだろうか？ 実は，余剰次元は100年近くも前に重力と電磁気力を統一する方法として，**カルツァ**と**クライン**によって調べられている．彼らは，5次元の重力理論を考え，その一つの空間次元が非常に小さい場合（すなわち我々のスケールで時空が4次元に見える場合）を調べた．そして面白いことに，この理論は我々のスケールでは，4次元のアインシュタイン重力およびマックスウェル電磁気力を両方とも含んだ理論に見えることを示した．アインシュタインは，この発見に非常に興奮したと言われている．これは，余剰次元が非常に美しい力の統一の可能性を与えるからに他ならない．重力と電磁気力は我々のスケールでは全く違った力である．しかし，小さなスケールでは2つの力はともに一つの基本的力（5次元重力）の一部となり，完全に統一される．

現在では，このカルツァとクラインの5次元理論は，電磁気力の起源に対する正しい説明でないことははっきりしている．我々は，現存する実験結果を極めて正確に再現する素粒子の**標準模型**を持っており，そこでは電磁気力は弱い相互作用と呼ばれる力と混ざり電弱相互作用となっている．カルツァとクラインの理論では，このような相互作用を導くことはできない．また，ある種の素粒子（クォーク）は強い相互作用と呼ばれる力を感じるが，この力もまた彼らの理論では説明できない．しかしながら，余剰次元の考えは，重力を含むほぼ唯一の量子理論として知られる，**超弦理論**の枠内で生かされている．超弦理論は，理論の整合性から高次元時空（典型的には10次元）を必要とする．従って，この理論が我々のスケールで4次元に見えるためには，余剰な次元は小さくなくてならない（これを，余剰次元はコンパクト化されていると言う）．実際，超弦理論の要求する余剰次元は多く（典型的には $10-4=6$ 次元），これらの次元をコンパクト化することにより様々な4次元理論を導くことができる．

さらに近年，余剰次元はもともとのカルツァとクライン理論とは異なる意味で，力や物質の理解および統一に必要かもしれないことが明らかになってきた．例えば，余剰次元の存在はクォークやレプトンの質量や混合角に対する新たな見方を与えてくれる．また，力や物質の統一に関するいくつかのアイデアは，余剰次元なくしてはあまりうまく働かないこともはっきりしてきた．これらは，余剰次元が素粒子間の相互作用や対称性の破れといった現象に対し，伝統的な見方とは異なる幾何学的なメカニズムを与え得ることに起因する．また，これらとは別に，直接的に実験で観測できるような（比較的）大きな余剰次元を持つような理論も提唱されており，もしそれらの理論が正しければ，近い将来に余剰次元が実験的に検証される可能性も存在する．これについては，本稿の最後で軽く触れる．

3. 大統一理論—その成功と問題点

現在の素粒子の標準模型は，3つの力—電磁気力，弱い力，強い力—に基づき構成されている．実際，現在までに観測されたすべての実験結果は，これら3つの力に重力を加えた4つの力で完全に記述することができる．では，これら4つの力は，本当に「異なる」力なのであろうか？ マックスウェルが電気と磁気を電磁気力として統一したように，これらの力を統一する，より基本的な理論が存在するのではないか？ 事実，標準模型に存在する3つの力は，ゲージ理論と呼ばれる同じ型の理論に基づいて記述される．これらの力はすべてスピン1のゲージ粒子と呼ばれる粒子（光子，W，Z粒子，グルーオン）の媒介によって生じることが分かっており，このことは3つの力が実は1つの統一さ

れた力の異なった現れかもしれないという考えを支持するように見える．

この方向での大きな発展は，1974年にジョージアイとグラショウによってもたらされた．彼らは，**大統一理論**と呼ばれる一つの力に基づく理論を考え，その理論が我々のスケールでは標準模型と同じ構造を持ち得ることを示した．この理論によれば，自然界には大統一力という，電磁気力，弱い力，強い力をその一部として含む力が存在する．超短距離では，この力は完全に一つの力であり，例えば，そこに含まれる標準模型の3つの力は全く同じ性質を示す．これは，数学的には「理論は**$SU(5)$ 対称性**を持つ」という言葉で表すことができる．一方で，我々は3つの力が実験的に同じ性質を示さないことを知っている．力の強さは全く違うし，その到達距離もまた極めて違う．大統一理論では，この性質の違いは，真空が $SU(5)$ 対称性を自発的に破っているからだと考える．すなわち，理論自体は $SU(5)$ 対称性を持っている（力は一つに統一されている）のだが，ある距離よりも長いスケールでは真空による破れの効果が重要になってきて，3つの力は異なるものに見えるという考えである．

この「存在はするが，破れている対称性」という一見何の役にも立たないような概念は，実は物理学において極めて重要な役割を果たす（2008年には，この概念の確立に対する貢献で南部陽一郎がノーベル物理学賞を受賞している）．例えば，もし力が実際に超短距離で統一されているのであれば（$SU(5)$ 対称性が超短距離で回復しているのであれば），その強さは統一のスケールで同一であるはずである．もしそれを確認することができれば，それは自然界に $SU(5)$ 対称性が存在することの証拠となる．もし初めから $SU(5)$ など存在しなければ，3つの力の強さが同一になる必要などないからである．

ここで重要なのは，相互作用の強さ（例えば電子の電荷など）はその相互作用が働く距離によって変化するということである．しかも，場の量子論を用いれば，この変化は理論的に計算することができる．では，観測された3つの力の強さを用い，

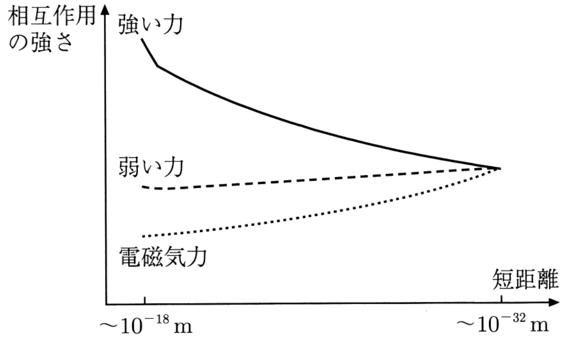


図2　標準模型の3つの相互作用の強さの距離依存性．長距離では，弱い力と電磁気力は互いに少し混合している．

それらの力が超短距離でどう変わるかを計算したらどうなるであろうか？ それを示したのが，図2である（計算には，その存在が期待されている，超対称性を持つよう拡張された標準模型を使った）．3つの相互作用が，超短距離で見事に同じ強さになっているのを見ることができる．これの起こるスケールは約 10^{-32} m であり，現在の加速器実験が直接探索できるスケール（約 10^{-18} m）より，14桁も小さい．すなわち，統一は極めて短距離で起こっている現象ということになる．

$SU(5)$ による力の統一は，物質の統一をも引き起こす．超短距離で，3つの力が統一されることは，これらの力を感じるクォーク，レプトンも統一されることを意味する．実際，標準模型の粒子は $SU(5)$ の下で極めて美しく統一され，またこの統一はこれらの粒子の（電荷等の）様々な性質を見事に説明することを，数学的に示すことができる．

これらは $SU(5)$ に基づく大統一理論の見事な成功の例である．では，この理論に問題はないのだろうか？ 実は，理論はいくつかの深刻な問題を抱えている．その一つは**ヒッグス粒子**の問題である．標準模型は電弱相互作用の性質を再現するために，ヒッグス粒子と呼ばれる粒子の存在を必要とする．しかし，この粒子はそのままでは，$SU(5)$ 理論に埋め込むことができない．また，最も単純な大統一理論（超対称 $SU(5)$ 理論）は，陽子が 10^{30} 年程度より短い寿命で崩壊することを予言するが，この予言はスーパーカミオカンデ実験により否定され

た．さらに，理論はクォークやレプトンの質量や混合角についてもいくつかの間違った予言をする．

これらの問題を解決することは，長く統一理論へ向けての研究の大きな分野の一つであった．様々な大統一理論の変形が提案され，そのいくつかは上記の問題を回避することができることも示された．しかし，これらの理論はすべて極めて複雑かつ場当たり的で，満足のできるようなものとは言い難かった．大統一理論には，何か決定的なアイデアが欠けているように思われた．

4. 高次元大統一理論

大統一理論の成功と問題点は明らかなジレンマを生じる．一方では，相互作用の強さの一致 (図 2) および物質の性質の説明に見られるように，自然界には何らかの形で $SU(5)$ 対称性が存在しているように思われる．他方，ヒッグス粒子の存在や，陽子崩壊が観測されなかったこと等は，そのような統一は存在しないことを示唆しているように思われる．はたして，$SU(5)$ は存在するのか？ しないのか？

近年，この問いに対する一つの美しい答えが余剰次元によってもたらされることが，川村，ホール，野村らにより示された．鍵となるのは，余剰次元の存在下では対称性はすべての場所で同じである必要はないということである．簡単のため，我々の $3+1$ 次元時空を 2 次元の平面として表してみよう (図 3 左)．問題となるのは，この世界が基本的に $SU(5)$ 対称性を持っているのか否かということである．この段階では，答えは YES か NO しかないように思われる．そして上で見たように，どちらの場合も実験で示唆される現象（相互作用の強さの統一や，陽子崩壊の問題など）をうまく説明することができない．

しかし，我々の世界が小さな余剰次元を持っていたらどうであろうか？ いま簡単のため，この余剰次元を我々の平面世界の「厚み」として表現して見よう (図 3 右)．もし，この厚みが極めて微小であれば，我々にとっては世界は完全な平面（$3+1$

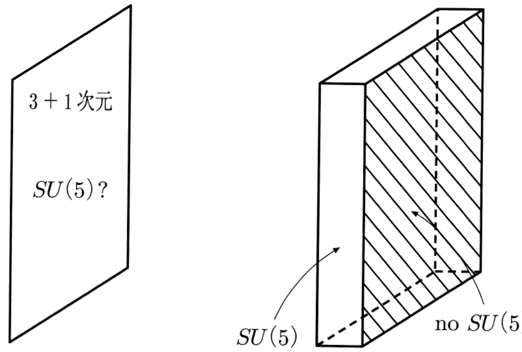


図 3　我々の世界は小さな「厚み」（余剰次元）を持っているかもしれない．そのような余剰次元は，対称性が高次元時空の内部（バルク）と表面（ブレーン）で異なっている可能性を与える．このような理論は大統一理論の様々な問題を見事に解決することができる．

次元時空）であるように見える．しかし，実際の世界は小さな厚み（余剰次元）を持った「板」(高次元時空）である．面白いのは，この場合対称性が板の内部（**バルク**と呼ばれる）と表面（**ブレーン**と呼ばれる）で異なる可能性が存在することである．実際，そのような時空は数学的な矛盾なしに構築することができる．

すなわち，もし余剰次元が存在するならば，世界は $SU(5)$ であるか否かという問いに対する答えは YES か NO かだけではない．例えば，板の内部（バルク）には $SU(5)$ が存在し，（片方もしくは両方の）表面（ブレーン）には存在しないという理論を考えることもできるのである．この場合，我々のスケールでは，世界は $SU(5)$ の性質と，それと矛盾する性質を同時に示すことができるようになる．なぜなら，我々の見ている世界 (図 3 左) は，バルクとブレーンを「平均化」したようなものだからである．

実際，以上のような考えに基づいて構築された理論は，（余剰次元を持たない）大統一理論の諸問題を極めて見事に解決することができる．ヒッグス粒子や陽子崩壊の問題，およびクォーク，レプトンの質量や混合角が再現されない問題はブレーンが $SU(5)$ を持っていないことから生じず，一方で粒子の性質はバルクに存在する $SU(5)$ によって通

常の大統一理論同様に説明することができる．また，相互作用の強さは余剰次元の大きさのスケールで一致することが示され，これは今考えている余剰次元が極めて小さい（10^{-32} m 程度）ことを意味する．このように小さな余剰次元は，もちろん現在のあらゆる実験結果と矛盾しない．

さらに，この極微小な余剰次元は観測されたクォークやレプトンの質量や混合角の起源を理解するのに重要な役割を果たすかもしれないことも分かる．例えば，2つのクォークが「異なる次元に住んでいる」状況を考えてみよう．すなわち，一つのクォークは高次元時空の内部（バルク）を自由に伝播するが，もう一つは表面上（ブレーン）しか伝播できないといった状況である．この2つのクォークは，我々のスケールでは共に3＋1次元を自由に伝播する粒子に見える．しかし，その詳細な性質は小さなスケールでの高次元方向に対する性質の違いを反映して，同一ではない．実際，図3に示したような高次元大統一理論では，2つのクォークは異なる質量，混合角を持つことを示すことができる．このことは，観測されたクォークやレプトンの質量や混合角のパターンが，これらの粒子の余剰次元での「配置」に関係しているかもしれないということを示唆する．

もちろん，ここで考えているような余剰次元は極めて小さいので，実験で直接的に見ることはできない．しかし状況によってはその存在の間接的な証拠を得ることができる（大統一理論の問題点を見事に解決することをその間接的な証拠であるということもできる）．その一つは，陽子崩壊の主な終状態がミューオン等の重い世代のレプトン粒子を含んだものになるかもしれないということである．このような終状態は，通常の3＋1次元の大統一理論では起こらない．また，この崩壊の寿命は，現在の実験結果と矛盾しない程度には長いが，将来の実験で観測できるかもしれない程度には短い可能性が高い．もしこのような崩壊が将来見つかれば，それは大統一スケールに存在する非常に小さな余剰次元の間接的な証拠ということができるであろう．

■ 5. より大きな余剰次元の可能性 ■

余剰次元を持つような理論は，ここで挙げたような大統一に関係したものには限らない．例えば，様々な理論的観点から，10^{-19} m 程度の余剰次元を持つ理論や，重力のみが伝播する 100 μm 程度の余剰次元を持った理論も提案されている．このような理論には，ここで考えたような大統一のシナリオは当てはまらず，従って新たな統一の考えを必要とする．それらはまだ発展途上であり，美しい描像が存在するかも不明である．しかし，もしこのような理論が正しければ，余剰次元の存在は近いうちに実験で直接観測することができるかもしれず，それは我々の自然界に対する理解の大きな変更を迫ることになるだろう．

■ 6. まとめ ■

我々の時空が3つの空間次元と1つの時間を持つ3＋1次元時空であることは，数々の実験結果，および我々の感覚からも明らかである．しかし，このことは現在の実験で探索されたスケール（約 10^{-18} m）より小さな余剰次元の存在を否定しない．実際，10^{-32} m 程度の非常に小さな余剰次元は，3＋1次元で構築された大統一理論の数々の問題を見事に解決することができる．このことは，余剰次元が力の統一に必要な大きな要素であるかもしれないということを強く示唆する．

このような小さな余剰次元は，実験で「直接」探索することは極めて難しい．しかし，その影響はクォークやレプトンの質量や混合角を初め，様々なところに現れる．また，陽子崩壊の終状態も，3＋1次元の大統一理論とは異なるものになる可能性が高い．従って，これらの理論的考察および実験的データを総合することにより，将来的に余剰次元の存在のより確かな証拠を得ることは可能である．そしてそれは，我々の自然界に対する理解を進める大きな一歩となるであろう．

（のむら・やすのり，カリフォルニア大学バークレー校）

統一理論としての超弦理論

渡利 泰山

本稿では，「統一」という言葉で

1. 一見異なる性質を持つように見える2つの粒子にも，**共通の性質**が存在し得る，そして，

2. 共通の性質の上に，何か**違いのもと**を入れることにより，その2粒子について我々の知っているすべての違いを再現できる，

という主張を意味する．電弱統一理論や，それを超える大統一理論は，そういった理論の例であり，本特集の他の解説記事で説明されているものと思う．そういった統一の理論が真実として確立するには，その統一理論の仮定する「共通の性質」と「違いのもと」が実際の自然界に存在するか否か，実験によって検証されなければならない．

電弱統一理論については，「違いのもと」であるHiggs粒子の実験による検出を待つ状況であり，LHC実験が今後10年以内に確たる答えを出してくれるはずである．大統一理論に関しては，将来の大規模実験が「共通の性質」の一端を捕まえて見せることができるかもしれない．本特集の他の記事を参照されたい．本稿で解説する，統一理論としての超弦理論については，上記第2項目目が成り立っているかどうかの理論的検討の段階である．実験により統一理論としての超弦理論特有の「共通の性質」や「違いのもと」を直接的に検証することは，幸運でない限り難しいと一般には考えられてはいる．しかし，理論的な考察を尽くすことによって，どのような論理的帰結がどこに現れるか，(直接的ではなくとも) 尻尾を捕まえることができないか，努力が続けられている．

ともあれ，前置きはこの辺にして本題に入ろう．本稿は超弦理論のうち素粒子の統一理論としての側面に焦点を絞って解説をする．超弦理論には量子重力理論や，量子色力学の双対的記述としての重要性もあるが，それらの側面については全く触れない．

統一理論としての超弦理論について，特記すべきことの第1は，それが**スピンの異なる粒子**を包括する統一理論であることだ．電弱統一理論は電子とニュートリノというスピン1/2の粒子の間の関係や，光子，Z^0, $W^{\pm}$ というスピン1の粒子の間の関係を整理する．スピンの異なる粒子の間に共通の性質が存在することを主張するものではない．また，大統一理論もその点では電弱統一理論と同じである．これに対し，超弦理論は

- 理論の必然としてスピンの異なるいろいろな粒子が出てくる，そして
- スピンの異なる粒子それぞれの持つ相互作用を，共通の法則によって語ることができる，

ということを主張する．しかし，その内容に立ち入る前に，その大先輩にあたる昔の内容を振り返ることから始めよう．

本稿は，紙幅の都合上正確さを多少犠牲にする．

1. 昔むかし…

電気的力と磁気的力は，Coulomb ポテンシャ

ル $\varphi(\vec{x},t)$ とベクトルポテンシャル $\vec{A}(\vec{x},t) = A_{i=1,2,3}(\vec{x},t)$ によって記述することができる．Maxwell 方程式は，$\varphi(\vec{x},t)$ と $A_{i=1,2,3}(\vec{x},t)$ を

$$A_{\mu=0,1,2,3} = (A_0, A_{i=1,2,3}) \equiv (\varphi, A_i)$$

とまとめて扱うことで

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$$

と単純な形にまとめられる．ベクトルポテンシャル $\vec{A}$ は空間 3 次元の $SO(3)$ 回転変換（座標軸変換）によって変わるベクトル量である一方，Coulomb ポテンシャル φ は空間 3 次元の回転変換によって変わらぬスカラー量である．しかし，これらを $SO(3,1)$ Lorentz 対称性の 4 元ベクトル量として見るとき，両者を分け隔てしない記述の存在が姿を現す．それでもなお，この理論を非相対論的状況に適用するならば，電気と磁気のはっきりした違いが再現されるのである．これは，空間回転変換 $SO(3)$ の下で異なる変換をする場を統一した理論の例と見ることができる．

電気と磁気の統一の一歩先へ，Nordström は，空間次元をもう一つ加えて重力も統一することを考えた．A_M $(M = 0, 1, \cdots, 4)$ とし，$A_{M=4}$ を重力の Newton ポテンシャルと見るのである．この提案は一般相対論が出される 1915 年よりも前，1914 年のことである．しかし，一般相対論の基礎をなす等価原理の下では，重力は**時空の計量** $g_{\mu\nu}$ $(\mu, \nu = 0, 1, 2, 3)$ によって記述されるものであり，スピン 2 の場である．Newton ポテンシャルは計量の自由度の一部を扱うに過ぎない．Kaluza–Klein によって Nordström のアイディアは変更を受け，$4+1$ 次元時空での計量 g_{MN} $(M, N = 0, \cdots, 4)$ の中に，$3+1$ 次元時空での重力 $g_{\mu\nu}$ と電磁ポテンシャル $A_\mu = g_{\mu 4}$ $(\mu, \nu = 0, \cdots, 3)$ を統一する方向を考えることになった．

しかし，ことの詳細に目をつぶれば，共通する視点は，「**高次元時空**を考えることで，Lorentz 群 $SO(3,1)$ の変換の下で異なる振舞いをする粒子（場）を統一的に理解できる可能性がある」ということである．

2. 標準模型を超えて：超弦理論の夜明け前

話は一気に飛んで，標準模型の確立の後に移る．標準模型の構成要素（粒子）は，大雑把に分けて表 1 の 4 種類である．標準模型においては，電磁気学のような単一のベクトル場 $A_{\mu=0,1,2,3}(x^\nu)$ では十分ではなく，非アーベル群 $G_{\rm SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ の随伴表現に従う，$8+3+1 = 12$ 個の独立な**ベクトル場**（**ゲージ場**）が必要である．また，物質場も Higgs 場も，それぞれ，$G_{\rm SM}$ の何らかの**表現**に ρ 属する．詳細は，本特集の他の記事を参照されたい．

Kaluza–Klein のアイディアは，高次元時空を導入することによって，重力を担う時空の計量 $g_{\mu\nu}$ と電磁気的力を担うベクトル場 A_μ を高次元時空の計量 g_{MN} として統一的に扱うことであった．しかし，標準模型では，ベクトル場 $A_\mu = A^a_\mu t^a$ は $G_{\rm SM}$ の随伴表現に従う一方，計量 $g_{\mu\nu}$ はそのような性質を持たない．だから，Kaluza–Klein のアイディアは，そのままではうまくいかない．

Kaluza–Klein のスピンの異なる粒子を統一するアイディアの困難は，これだけではない．クォークやレプトンといった物質場や Higgs 粒子は，ベクトル場との相互作用の仕方がその粒子の $G_{\rm SM}$ の下での表現 ρ によって決まる．例えば，左巻きクォーク 2 重項 q の場合，$G_{\rm SM}$ の下で $\rho_q = (\mathbf{3}, \mathbf{2})^{+1/6}$ の表現として変換する．このクォーク 2 重項の運動項は，標準模型の Lagrangian の中で

$$\Delta\mathcal{L} = \bar{q}\, i\bar{\sigma}^\mu \left(\partial_\mu + i\rho_q(t^a) A^a_\mu\right) q \qquad (1)$$

の形をしており，ゲージ場 A^a_μ と $q, \bar{q}$ の相互作用の仕方が $G_{\rm SM}$ の無限小変換生成子 t^a の表現 $\rho_q(t^a)$ によっている．標準模型のクォーク，反クォークなど異なる粒子に対しては，それぞれ異なる表現 ρ

表 1　標準模型の粒子の Lorentz 変換性（2 行目）とスピン（3 行目）．

粒子	重力子	ゲージ場	物質場	Higgs 場
場	$g_{\mu\nu}$	A_μ	ψ_α	ϕ
スピン	2	1	1/2	0

が用いられる．もしも Kaluza–Klein のアイディア（のようなもの）に従ってゲージ場 A_μ が得られているのならば，標準模型の粒子がどのようにしてその表現 ρ でゲージ場と相互作用するようになったのかも同時に説明されねばならない．これもまた，Kaluza–Klein のアイディアの困難である．

最後に，もう一つ，Kaluza–Klein のアイディアの困難を挙げておこう．確かに，空間の次元を加えることで，スピン 2 の計量，スピン 1 のゲージ場，そしてスピン 0 のスカラー場（標準模型では Higgs 場のみが該当する）の統一的理解が得られる可能性がある．しかし，標準模型の物質場の大多数を占めるクォークやレプトンはスピン 1/2 の粒子であり，これらの物質場が Kaluza–Klein のアイディアのどこに収まるのか明らかでない．

70 年代の末に出てきた**ゲージ場と Higgs 場の統合**のアイディアは，これらの困難に対して部分的な突破口を開いた．重力もスピン 1/2 の粒子も統一の枠組みから外し，ゲージ場と Higgs 場を統一的に理解する試みに問題を絞るのである．

例えば，4 + 1 次元時空で $SU(3)$ ゲージ理論を考えよう．そのゲージ場を $A_M = A_M^a t^a$ $(M = 0, \cdots, 4)$ とする．t^a は $SU(3)$ の独立な無限小変換生成子である．3 + 1 次元時空で見れば，A_M $(M = 0, \cdots, 3)$ 部分がベクトル場になり，A_4 部分がスカラー場になるから，それぞれの中に，標準模型のベクトル場や Higgs 場の起源を求めることが可能になる．$G_{\rm SM}$ の表現に関しては，まず，$G_{\rm SM}$ のうち $SU(2)_L \times U(1)_Y$ のみがこの高次元時空の $SU(3)$ ゲージ群の部分群であるとし，さらに，$SU(3)$ 対称性が何らかの理由で $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 部分群に破れたとしよう．$SU(3)$ の随伴表現を残っている対称性 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の下での既約表現に分解すると

$$\mathbf{adj.}|^{SU(3)}_{SU(2)_L \times U(1)_Y} = \mathbf{adj.}^0 \oplus \mathbf{2}^{+1/2} \oplus \mathbf{2}^{-1/2} \oplus \mathbf{1}^0$$

である．この既約分解には，$SU(2)_L \times U(1)_Y$ の随伴表現と，標準模型の Higgs 場の従う表現 $\rho_\phi = (\mathbf{1}, \mathbf{2})^{+1/2}$ が含まれている．だから，

$$A_\mu^a t^a \to \left(\begin{array}{cc|c} B + A^3 & W^+ & * \\ W^- & B - A^3 & * \\ \hline * & * & -2B \end{array} \right)_\mu ,$$

$$A_4^a t^a \to \left(\begin{array}{cc|c} * & * & \phi^+ \\ * & * & \phi^0 \\ \hline \phi^{+\dagger} & \phi^{0\dagger} & * \end{array} \right) \qquad (2)$$

のように，標準模型のうちの $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ場 $(A^3, W^\pm)_\mu + B_\mu$ と Higgs スカラー場 (ϕ^+, ϕ^0) の起源を高次元時空の $SU(3)$ ゲージ場 $A_M^a t^a$ の中に求めることができる．つまり，スピン 1 とスピン 0 の場に統合された起源を持たせることと，そのようにして出てきた物質場の $G_{\rm SM}$ の下での表現 ρ を正しく再現することは，両立可能なのである．この際，高次元時空を用いる他に，**大きな対称性** G'（例えば，今の例では $SU(3)$）から部分群 $G_{\rm SM}$ **への破れ**を併せて考えることが本質である．そして，Higgs 場の起源は，$\mathfrak{g}'$ に含まれつつも $\mathfrak{g}_{\rm SM}$ に含まれないところ，に当たる．なお，$*$ と書いた部分からどんな粒子がどれだけ出てくるか，というのは考えるべき問題であるが，これは後回しにする．

しかし，スピン 1/2 の物質場をも含めた統一的な理論を作るには，まだ何かが欠けている．その方向への突破口として，80 年代の初めには，3 + 1 次元時空での $N = 1$ **超対称性**を用いるアイディアが提案された．低エネルギー有効理論に超対称性があれば，表現 ρ に従うスピン 1/2 の粒子に対して必ず表現 ρ に従うスカラー場が存在し，そのスカラー場とスピン 1/2 の粒子は，対称性の制約から，非常に似通った相互作用を持つことになる．もともと，南部–Goldstone 機構では，対称性 G がその部分群 H に破れたとき，対応する Lie 代数の $\mathfrak{g}/\mathfrak{h}$ の部分に対して軽いスピン 0 の粒子が出る．だから，標準模型に超対称性を加えれば，標準模型のスピン 1/2 の粒子は，そういった対称性の破れ G/H に伴うスカラー粒子に対して，超対称性の必然としてその存在が要求される．

現実の標準模型では超対称性は確認されていないから，少なくとも実験ですでによく調べられて

表 2　標準模型の各種の場の起源を高次元時空の大きなゲージ群 G' の超対称ゲージ理論に求める場合．$\mathfrak{g}'$ は G' の Lie 代数．

起源	$\mathfrak{g}_{\mathrm{SM}}$	$\mathfrak{g}'/\mathfrak{g}_{\mathrm{SM}}$	$\mathfrak{g}'/\mathfrak{g}_{\mathrm{SM}}$
スピン 1	ゲージ場		
スピン 1/2	（未発見）	物質場	（未発見）
スピン 0		（未発見）	Higgs 場

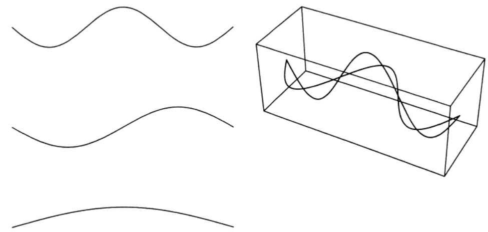
いる 10^2 GeV 以下のエネルギースケールでは，超対称性は破れていなければならない．しかし，実験で調べられていないスケールでは超対称性が近似的に成り立っていても構わない．だから，我々のまだ到達していないエネルギー領域に，未発見の粒子があってもよい．表 2 はその辺の事情をまとめたものである．

この高次元時空のゲージ場を用いる「ゲージ場と Higgs 場の統合」のアイディアと，超対称性を用いて，対称性の破れに伴う（未発見の）スカラー場にスピン 1/2 の物質場を統一するアイディアは，独立のアイディアとして提唱された．しかし，この 2 つのアイディアは，実は共存可能である．**大きなゲージ群を持つ，高次元時空の超対称ゲージ理論**から出発すればよいのである．それを次節で述べる．

3. 超弦理論革命

超弦理論は，1960 年代末から 70 年代前半にかけての，ハドロンの相互作用を記述する双対共鳴模型に起源を持つ．様々なスピンを持つハドロンを扱うことから出発しただけあって，異なるスピンを持つ粒子の相互作用を量子論的に単純な原理から統一的に記述することに超弦理論は何ら困難がない．

南部–後藤による双対共鳴模型の定式化では，実 1 次元の紐とその時間軸からなる，$1+1$ 次元の「時空」の上に場の量子論を設定する．この $1+1$ 次元の「時空」を点粒子の世界線に替わって「**世界面**」と呼ぶ．紐が $3+1$ 次元の実際の時空の中を漂う，という描像は，$1+1$ 次元の世界面の上に，自由場 X^μ $(\mu = 0, \cdots, 3)$ を導入することに



(a)　　　　(b)

図 1　紐の上の 1 自由度当たりの振動モード (a) と異なる自由度の振動 (b).

移し変えられる．この紐の上の自由場 X^μ それぞれに，図 1(a) に示すような多数の振動モードがある．そして，異なる $\mu = 0, 1, 2, 3$ の X^μ の振動は，紐が実時空の中で異なる方向へ揺らいでいることに対応する．こういった紐の振動の諸々の励起状態が，実時空において異なるスピンを持った粒子を記述することになる．

（超）弦理論は，この $1+1$ 次元の世界面の上の場の理論が，自由場 X^μ $(\mu = 0, \cdots, 3)$ を含み，かつ（超）**共形対称性を持つことを原理として要請する**．一方，実は，$1+1$ 次元の場の理論を理論的に調べることによって，X^μ $(\mu = 0, \cdots, 3)$ の $3+1$ 次元時空に対応する自由場だけでは，共形対称性を保てないことが分かってしまう．共形対称性の「保てなさ加減」は世界面上の場の理論の場の数によることがわかるので，（超）弦理論の要請を満たすには，X^μ の他にさらに場を追加することになる．追加されるのが X^μ と同様の性質を持つ自由場であれば，それは $3+1$ 次元を超えた余剰空間次元をもった時空の理論に対応する．

世界面の上の共形対称性をもつ場の理論で，とくに超対称性を持つものを考えるとき，超弦理論という．そのある種のクラスの安定解を調べ，そこで，既に述べたような振動モードを解析した結果，

- 紐の張力を特徴付けるエネルギースケール M_{str} よりも十分低いエネルギー領域では，実空間上の局所場の理論で近似できること，
- その局所場の理論にゼロ質量スピン 2 の粒子，つまり重力子があること，つまり量子重力理論になっていること，

- 少なくともエネルギースケール $M_{\rm str}$ 程度では，実空間上の場の理論に超対称性が残る（ような解がある）こと，
- その局所場の理論に non-Abelian ゲージ理論が含まれ得ること，

が分かった．非自明な結果というべきである．

すなわち，超弦理論は，量子重力を含み，局所場の理論としての近似ができ，non-Abelian ゲージ理論を含み得る，という点で，標準模型と一般相対論を含む枠組みとして必要最低限の条件を満たしている．さらに，余剰空間次元やその上の non-Abelian ゲージ理論の超対称性，といった，異なるスピンを持った粒子の統一理論として重要な要素を含み得る，ということである．

80年代の半ばに登場した「Heterotic 超弦理論のコンパクト化」とは，超弦理論の解のクラスの一つであり，上に述べた要素をすべて含む*1)．以下，このクラスの解に即して，前節に述べたスピンの異なる粒子の統一のアイディアがどのように実現され得るかをもう少し丁寧に解説しよう．

このクラスの解は，数学的データ $(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ によって与えられる．M とは実6次元多様体であり，M 上の計量 $\langle g\rangle$ は，Ricci 曲率がゼロになっているものとする．∇_A は M 上の構造群 $G_{\rm str}$ の接続（ゲージ場）であり，構造群 $G_{\rm str}$ は，$G'=E_8\times E_8$ もしくは $G'=SO(32)$ の部分群でなければならないことが，超弦理論の理論的自己無矛盾性から示されている．データ $(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ が1セット与えられたとき，このクラスに属する超弦理論の解が1つ決まる．

その解，の物理は，エネルギースケール $M_{\rm str}$ から下では，$\mathbb{R}^{3,1}\times M$ 上の超対称重力理論とゲージ群 G' の超対称ゲージ理論で近似される．重力理論には $\mathbb{R}^{3,1}\times M$ の上の計量 g_{MN} $(M,N=0,\cdots,9)$ が場として含まれていて，すなわち，上記データ $\langle g\rangle$ の周りの揺らぎの成分である．このうち，$\mathbb{R}^{3,1}$ 部分の計量 $g_{\mu\nu}$ $(\mu,\nu=0,\cdots,3)$ の揺らぎが，我々に見えている $3+1$ 次元時空の上の一般相対論の重力になる．

一方，超対称ゲージ理論のほうは，群 G' の随伴表現のゲージ場 $A_M=A^a_M t^a$ とフェルミオン場 $\Psi=\Psi^a t^a$ によって記述される．この $\mathbb{R}^{3,1}\times M$ 上の A_M と Ψ からどのような場が低エネルギーの物理に現れてくるかを以下では追いかける．

まず，ゲージ場 A_M には $A_\mu(x,y)$ $(\mu=0,\cdots,3)$ 部分と $A_m(x,y)$ $(m=4,\cdots,9)$ 部分とがある．これらの場は $\mathbb{R}^{3,1}\times M$ の座標によってよく，ここでは，$\mathbb{R}^{3,1}$ と M の座標をそれぞれ x と y で表している．$A^a_\mu(x,y)t^a$ 部分については，M の座標 y に依存せず，生成子 t^a が $\mathfrak{g}'$ の中で構造群 $\mathfrak{g}_{\rm str}$ と可換なもの—これを $\mathfrak{h}$ としよう—のみが，低エネルギーの物理に現れる．「低エネルギー」とは，M の体積を R^6 とするとき，Kaluza–Klein スケール $1/R$ よりも十分下，という意味である．$G'=E_8\times E_8$ のほうを採用するとき，$G_{\rm str}=SU(5)\times U(1)_Y\times E_8$ とすれば，ちょうど標準模型のゲージ群 $H=G_{\rm SM}$ に相当するゲージ場を得ることができる．(2) 前段を参照．

$A_m(x,y)^a t^a$ 成分 $(m=4,\cdots,9)$ および $\Psi(x,y)^a t^a$ に由来する低エネルギーの自由度を調べるには，まず先に，G' の $\mathbf{adj}$. 表現の $G_{\rm str}\times G_{\rm SM}$ の下での既約分解をしておくのがよい．今は抽象的に

$$\mathbf{adj}.|^{G'}_{G_{\rm str}\times H}=\oplus_i(U_i,\rho_i) \tag{3}$$

と書いておこう．$G'=E_8$ で $G_{\rm str}=SU(5)\times U(1)_Y$，$H=G_{\rm SM}$ とするとき，この分解に出てくる標準模型のゲージ群 $G_{\rm SM}$ の表現 ρ_i のリストの中に，Higgs 場の ρ_ϕ，左巻きクォーク2重項の ρ_q を初めとして，標準模型の Higgs 場および物質場のすべての表現が現れるのである．$G'=E_8$ は超弦理論の無矛盾性を満たす数少ない選択肢の1つであるが，その既約分解で出てくる $\mathfrak{g}'/\mathfrak{h}$ の中に標準模型で必要なすべての ρ_i が登場する，というのは超弦理論が異なるスピンの粒子を統一する理論的枠組みとなる上で重要なチェック項目で

*1) 本稿3, 4節では，Heterotic 超弦理論のコンパクト化，というクラスの解のみを取り上げたが，それ以外の超弦理論の解が標準模型を含む統一理論の枠組みとして適さないという意味ではない．

ある．

$A_m(x,y)^a t^a$ 成分も $\Psi(x,y)^a t^a$ 成分も，低エネルギーに残る自由度を調べる作業は，各既約成分 (U_i, ρ_i) ごとに行われる．残るのは，

$$A_m(x,y)^a t^a = \phi(x) a_m(y), \tag{4}$$

$$\Psi(x,y)^a t^a = \psi(x)\chi(y) \tag{5}$$

の形をした場の揺らぎであり，ただし，$\phi(x)$ と $\psi(x)$ は G_{SM} の表現 ρ_i，$a_m(y)$ と $\chi(y)$ は G_{str} の表現 U_i に属す．$a_m(y)$ と $\chi(y)$ は各々 M 上の 1 次微分形式とスピノル場の配位であって，それぞれ，表現 U_i の ∇_A の定めるベクトル束に値を持つコホモロジー*2)，および Dirac 方程式のゼロモード，として規定されるものである．荒っぽく言えば，一定の M 上の線形偏微分方程式を満たすもの，である．そのような条件を満たす配位は有限次元ベクトル空間をなし，その次元は，M 上の接続 ∇_A の表現 U_i の位相的不変量によって決まる．標準模型において，物質場が各表現 ρ について 3 世代分存在する，という事実は，このベクトル空間の次元（つまり位相的不変量）が 3 である，という条件に翻訳される．ϕ と ψ はそれぞれ $\mathbb{R}^{3,1}$ 上の低エネルギー有効理論のスカラー場とフェルミオン場であり，ある表現 U_i について，独立な $\chi(y)$ が 3 つ存在するならば，独立な表現 ρ_i の $\psi(x)$ が 3 つ低エネルギーに残るのである．

ここで，本稿冒頭の議論に再登場願おう．Heterotic 超弦理論のコンパクト化，というクラスの超弦理論の解においては，**違いのもと**の役割をデータ $(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ が担う，というのが主張になる．冒頭の主張のうち第 2 項をこのクラスの解の範囲内において示す，ということは，$(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ のデータの採り得る位相的な違いや連続パラメターを含むモデュライを尽くすことで，標準模型に含まれる粒子の種類，数，相互作用の種類，その結合定数，といった情報をすべて再現するものを見つける，ということにあたる．

*2) このような高次元時空での対称性の破れで出てくる軽い自由度の数は，南部–Goldstone 機構のような，破れた対称性 1 つにつき 1 自由度というものではない．無限 − 無限で有限自由度が残るのである．

4. 湯川相互作用

標準模型の相互作用は，大別して (i) ゲージ相互作用，(ii) **湯川相互作用**，(iii) Higgs 場のスカラーポテンシャルの 3 本柱からなる．式 (1) はゲージ相互作用の一例で，Heterotic 超弦理論のコンパクト化の有効相互作用

$$\Delta S_{\mathrm{Het}} \propto \int_{\mathbb{R}^{3,1}\times M} \mathrm{tr}_{E_8\ \mathbf{adj.}} \left[\Psi \Gamma^M D_M \Psi\right]$$

のうち，$M = 0, \cdots, 3$ の部分から出てくる．これに対し，湯川相互作用は $3+1$ 次元の有効理論では 2 つの物質場フェルミオン ψ と 1 つの Higgs 場 ϕ の間の 3 点相互作用 $\Delta\mathcal{L} = \lambda\psi\phi\psi$ の形をしている．この形の相互作用は，上の $M = 4, \cdots, 9$ の部分から出て来得る；その結合定数 λ は，

$$\lambda = \int_M \mathrm{tr}\left[\chi\gamma^m a_m \chi\right] \tag{6}$$

としてデータ $(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ から（理論的には）求めることが可能である．一方，この結合定数 λ は，クォークやレプトンの質量などの実験値から読み取ることができる．ゆえに，その値を再現するような $(M, \langle g\rangle, \nabla_A)$ が存在するかどうか，あるいはそれら観測可能量の間に非自明な関係式を導けるかどうかというのは問うべき問題である．Heterotic 超弦理論および他の超弦理論のコンパクト化において，この問題はここ数年著しい進展のあった分野であるが，なお研究を要する課題と言ってよい．

参考文献

1) 共鳴双対模型や（超）弦理論の草創期の歴史，発展は，例えば M. Green, J. Schwarz and E. Witten, “Superstring theory” Cambridge U. の section 1 や bibliography section に語られている．また，超対称性の初期の歴史は S. Weinberg, “The Quantum Theory of Fields” Cambridge U. の chapter 24 (vol.3) にある．
2) このような解説記事を超えて一歩先に進むには，本物の教科書に取り組む他ない．標準的なものとして，次を挙げる：J. Polchinski, “String theory” Cambridge U. Press.

（わたり・たいざん，東京大学数物連携宇宙研究機構）

特集／力の統一にむけて

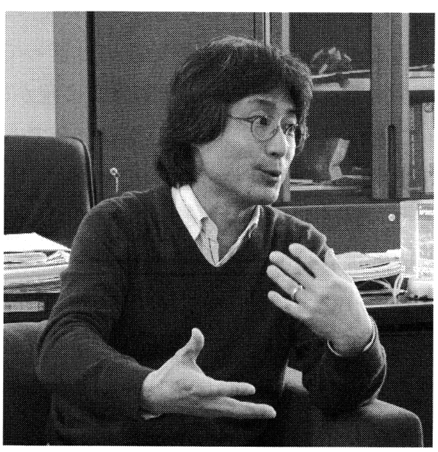
「力の統一」への期待と模索

村 山　斉（聞き手：編集部）

1. 力の統一─特集テーマについて

──今回の特集では，電磁気力，弱い力，強い力，重力の4つの力とその統一を取り上げていますが，これらの異なる力を統一的に捉えようという発想はどこから出てきたのでしょうか．歴史的なことも含めてお聞かせいただけますでしょうか．

まず，「力の統一」と「統一」という言葉を分けて考えたいと思います．そもそも物理学の目的というのは，最終的に一つの法則ですべてを説明することにありますので，そういった意味で統一理論を目指してきたことは間違いないことです．いろいろな現象をできるだけ少ない数の法則で説明していくことを目指しているという意味では，「統一」を目指すことは物理学の根本だと思います．



村山斉氏.

そういう中で，とくに「力の統一」の一番良い歴史上の例は電磁気力です．電気の力と磁気の力というのは元々は歴史的に別の力と捉えていたわけですが，最終的に実は1つの力の裏表のような関係にあることが分かり，文字通り2つの力を統一することができました．

ですから，一つの法則で物事を説明したいという目的と，自然界に知られているいくつかの力が統一的に理解されているという歴史的な経緯を組み合わせると，我々の知っている4種類の力も，1つの統一理論で自動的に表せるのではないかという期待が自然に生まれてきます．

では，「力の統一」という狭い意味で，4種類の力を1つの力の別の現れというふうに理解することがもしできなかったら，物理学は失敗したのかと言われるとそうではないと思います．ある法則に4種類の力が組み込まれて，すべての現象が説明できるのであれば，それは物理学として目的を果たしたと言えると私は思います．ただ，今までの歴史的な経緯からの期待があって，そうしたことが望まれているのです．

2.「力の統一」と実験

──ニュートンは惑星の運動の研究において，そ

のことを実験的に示すこともしたそうですが，現代における「力の統一」も実験的に確かめることは可能なのでしょうか．現在，進行中のLHC実験との関連も含めてお聞かせいただけますでしょうか．

まず，「力の統一」を実験的に確かめることが可能かどうかということについてですが，そもそもある理論を実験的に確かめるということは，実は原理的に不可能なんですね．どんな理論であっても，予言も含めてですが，すべてのありとあらゆる現象に当てはめて全部チェックするというのは到底できません．ですから，実験というのは不思議なもので，その理論を否定することはできるわけです．予言があって，実験をやって，答えが合わなければ間違っていると，そういうことは言えるわけですが，やればやるほど悉く実験と予言が一致しているからといって確かめたことには本当はならないわけです．だからこの質問は哲学的に深い意味があって，実験で理論を確かめるというのは何であるか，というのはとても難しい問題です．

例えば，ある理論があって10個のパラメータがあるとします．10個のデータだけもってきて比較したら，パラメータを合わせると説明できるはずです．もちろん必ずしもそうではないですが，すごく単純化したとしましょう．そうすると，10個のデータだけ合わせればいいだけなので，検証したことにはならないですよね．では，11個のデータを10個のパラメータで説明できたとしたら，その理論が正しいことになったかと言うと，ほとんどの人はそうは思わないと思うんですよね．じゃ，20個ならいいのか．100個ならいいのか，1000個ならいいのか，はっきりした基準はないわけです．ですから，そういう意味では，理論が与えられたときにそれを実験的に確かめるというのは，何をもって確かめたということになるのか，なかなか難しい問題なのです．

そこで，その難しい問題を踏まえてどうしていくかということになるわけです．例えば，大統一理論は，弱い力，強い力，電磁気力を1つの力で説明しようとする理論ですが，そこでは陽子崩壊という現象が予言されています．それが見つかれば正しいことになるのではないかと言われているのですが，それも何とも言えません．我々の知っている理論では起きない現象が見つかったとして，その現象が大統一理論の予言した現象と一致していたとしても，1つのデータポイントが加わっただけですから，確かめたということになるのか，やっぱり難しい問題になるわけです．

考えている理論が高いエネルギーや非常に短い距離で起きるような現象の場合は，実験的に直接その証拠を見るのは難しくなってきますし，加速器を使って非常に重い粒子をつくるということもおそらくできなくなりますから，そういうときに何をもって確かめたということになるのかが，先ほども言いましたように難しい問題になります．そのときによく引き合いに出るのが宇宙論なのですが，例えば，宇宙はビッグバンで始まったと言いますよね．しかし，ビッグバンを実験でやってみることはできないですよね．それでも皆がビッグバンは間違いないと言えるのは，考古学として間違いないと言っているわけです．宇宙をもう一遍やり直すわけにはいきませんし，実験的につくることはできないですが，いわば化石があまりにたくさんあって，そういうものを見るとこういう生物がいたのは間違いないと皆思うわけですから，それと同じような意味で間違いないと言っているわけです．そういうことを，“実験的に確かめる”ということに含めてよいかどうかは，今でも論争になります．

そこで，先ほどの大統一理論を実験的に確かめたいという場合は，おそらく考古学的な意味で確かめるということで，今までの素粒子物理学や実験室でいう種類のものとは違った意味で考えざるを得ないと思います．それが良いことか悪いことかは，それはそれで議論になるわけですが…．

今の議論を踏まえてLHC実験の話をすると，目

指している所は電磁気力と弱い力の統一理論である電弱統一理論を確かめるという話です．これを統一理論と言えるかどうかも一悶着あるのですが，私は，弱い力には2種類あって，中性カレントによってZボソンを飛ばすことで生まれる力と，荷電カレントによってWボソンを飛ばすことで生まれる力，それと電磁気力の3つの力を2つの力に統一したというのが電弱統一理論だと考えています．そういった意味で統一ではあるのだけれど，3つを完全に1つにまとめたわけではありません．そういう状況でLHC実験では何をやるのかと言うと，そもそも2つしかなかった力が3つに見えてしまっていて，かつ元々あった2つの力が長距離力だったはずが最終的に（3つのうちの2つが）短距離力になってしまっているのはなぜかというのを見るのが目的なんですね．

短距離力というのは，原子を地球ぐらい大きくしてみると，原子核の大きさが野球場ぐらいになり，その1/1000ですからバッターボックスの後ろから前まですら及ばない力になります．そうした力が元々同じはずなのに，なぜ違ったふうに見えているのかというのが，この実験の一番の目玉になるわけです．

どうして全く同じだと思っていた力が全く違うように見えてしまうことがあり得るのか？ そこで活躍するのが標準理論で，それは力に違いがあるのではなく，実は宇宙がそれを変えてしまっている．宇宙には量子流体が充ち満ちていて，それが弱い力が遠くまで届くのを邪魔をしているというわけです．

先ほどの話のように，本当に確かめるということになると，標準理論のすべての予言を全部確かめていくわけにはいきません．大統一理論に比べたらまだましですが，すべてやってみて間違いないというわけにはなかなかならないです．おそらく今後は，状況証拠をどんどん集めていって，「確かめて」いくことが主流になっていくかと思います．

3.「力の統一」と数学

——ニュートンは古典力学の創始に際し，微積分学も構築しました．現代の「力の統一」において，理論を記述するための数学としてどんなものが考えられているでしょうか．また，どんな形の数学に結実していきそうでしょうか．

そうですね．どういう統一理論が正しいかも知らないわけですから，それは本当にわからないですよね．ただ，今は暗中模索している状態ですが，今一番高等な数学を必要としているのはひも理論だと思います．ひも理論がつじつま合うためには数学的にこういう定理が成り立たないといけない，というような予想が生まれたら，それを数学者が受けて本当かどうかを証明していく，といったスタイルの仕事が現実に行われています．そういった意味では，ニュートンが物理の現象を説明するために微積分学をつくったのと同じような活動が，現在でも行われていると言えます．

最近の有名な例ではミラー対称性が挙げられます．これは，3次元複素多様体の話でリッチフラット（ホロノミーが$SU(3)$）なケーラー多様体の上を運動しているひもの理論をよく考えるのですが，いろいろ調べているうちに，この空間とは別の空間（シンプレクティック多様体）で考えている理論も同じ答えを出していることが分かったんですね．これは非常に不思議なことで，これらの空間は数学者がどう見ても全く関係がないわけです．ところが，なぜかひも理論の立場にたってみると，どうも同じものを記述しているらしい．そこである種の予想が生まれて，全く違うように見える多様体の間に対称性があって入れ替えることができるという予想が出てきたのです．しかし，そのこと自体はまだ数学的に証明されてはいないのですが，そういうことがあるかもしれないな，というインスピレーションで，幾何学の研究はかなり進んだわけですね．そうすると，片方のことで分からないことがあれば，もう片方のほうに戻ってみ

て調べてみるとやりやすいかもしれない．そうしてまた元に戻ってみると，実は予想もしなかった新しい定理になっているといった，そういう形の発展が実際に行われています．

物理で議論になっている話の中に，数学的な真理がどれだけ隠されているかは，数学者にとって非常に面白い問題だと思います．そういう意味で，「力の統一」とか物理の根本的な理論をつくる試みは，新しい数学を生み出したり，新しい数学への触発になっていると思います．

ところで，本特集でも執筆して頂いている大栗博司さんのお話では，1990 年以降のフィールズ賞の約 4 割が超弦理論や素粒子物理に触発されて生まれたものだそうです．

そういう意味で，実際に研究している人たちがこうした数学的な発展が物理から生まれてきたものであるという意識をどれくらい持っているかは分かりませんが，お互いの密接な関係はまだまだたくさんあると思います．

4. 影響を受けたこと

――先生が研究者になるに当たって，出会った人や出来事，本など，影響を受けたことをお聞かせいただけますでしょうか．

私は，小学生の頃は喘息の持病があったので学校を休むことが多かったんですね．それで，家でテレビを見ることが多かったんですが，よく中学校の数学の番組などを見ることがあって，今考えるとその影響が大きかったように思います．

例えば，長屋に住んでいる何某さんが豆腐屋に豆腐を買いにいく落語もどきの話だったと思いますが，豆腐を一丁買うんですね．そこで，何とかおまけしてもらいたくて豆腐屋をおだてるわけです．豆腐屋はおだてられて，もう半分おまけしてくれるんですが，さらにもっとおだてて，また半分の半分をもらうんですね．どんどんおだてていって，半分の半分をさらに半分にして半分にして…と，全部やると，結局長屋の何某さんは「自分は一生豆腐に困らない」と喜ぶわけですが，数学でいうと無限級数は収束しますから単に 2 丁にしかならないというオチですよね．そういう落語仕立てでやっている番組をみて，子供心に数学の深さを感じました．そういうことが影響して数学に興味をもつようになって，小学校 3 年生の頃には『解析概論』を読んでいました．

あとは，昔の数学者や科学者がどういった経緯で何かを発明したり，思いついたかといった話も好きですね．例えば，アルキメデスがお風呂に入っているときに，風呂桶からお湯がこぼれるのを見て体積の量り方を知って，興奮して裸のまま家に走って帰った，といった類の話などは好きでしたね．

――そういった面白い話は，ノーベル賞のエピソードでも，例えば失敗がかえって発見につながったような例などでよく聞きますね．

そうですね．ビッグバンを発見したペンジアスとウィルソンは，ラジオに入る電波の雑音が宇宙から来るものだとわかって，ビッグバンの証拠をつかみました．宇宙が小さくて熱かったときに出した光というのは，宇宙が大きくなると波長が長くなって電波になってしまうんですね．彼らは電波技師で，ラジオに入る雑音がどこから来るのかを考えていて，アンテナの空洞に鳥の巣があるのでその糞のせいかと思っていろいろ調べていたら，最終的にその電波が宇宙から来るものだということがわかって，この発見につながったんです．こういう話が子どもの教科書に書いてあると，興味をもってくれるのではないかと思いますね．

数学でも物理でも，研究するという行為は人間的な活動ですから，先ほどの長屋の落語のように，人間味というものから出てくることが大切で，そういう影響が私には大きかったように思います．

5. メッセージ

――今後，研究者を目指す方や学生さんへのメッ

セージをお願いします.

そうですね. 研究というのは大抵うまくいかないものなので, よほど好きでないとやっていけないですから, 何が自分が好きか, 何が自分にとって興奮させるのか, それを探すことが大事だと思います.

また, どの分野を面白いと思うかも人によって違いますし, スタイルも人によって違いますから, そういった意味で, 自分なりのやり方が確立しなかったら苦しくて研究にならないと思います. そういうものをぜひ見つけてほしいですね. どうやったら見つかるかははっきりと言えないのですが, それを探してほしいです.

例えば, じっと一人で考えるスタイルか, あるいは人と話して相手の反応を見ながら考えるスタイルかという違いがあるかと思います. ノーベル賞をとったニールス・ボーアはまさに後者のタイプで, 若い人を自分のオフィスに呼んでいろいろ話をして, 相手の反応を聞きながら自分の考えをまとめていたそうです.

それ以外にも, 本や論文を読んだり, セミナーを聴いたり, 考えるために何が一番いいかは分からないですが, いろいろな組合せを使いながら皆それぞれ研究しているのだと思います. そこに個性がすごく出てくるわけです.

また, 考えるときに使う道具も人によって違いがあって, 最近ではコンピュータを使って, 幾何学のいろいろな例をビジュアライズして帰納的に研究していく人もいますし, 逆に, 純粋に演繹的に公理・原理から順番に積み上げていく人もいます. こういうこともスタイルですよね. ですから, 研究者によって本当に違います. スタイルが違えば考え方も出発点も違いますので, 当然, 本や論文の書き方も違ってきます.

——先生はどちらのタイプになるでしょうか.

私のスタイルは, どちらかと言うと, 人と喋りながら考えるほうですね. 新しい知識や研究テーマ, 方向性, 解決の糸口など, 人と喋ることは私にとってとても役に立つことで, 人と一緒に解決していくことはある種のチーム意識が出て楽しいです. 一般的に見ても, 一人で考えているとどこかで行き詰まることがありますから, それを自分で打ち砕ければ一番いいわけですが, 大体はそのきっかけが外から与えられることのほうが多いのではないでしょうか.

それと, 最終的にいい答えが出たときの嬉しさや, 何かわかったときのスカッとした爽快な気持ちも, 本人の自信につながって大事だと思いますね. よく学校で数学や物理が嫌いだという子どもは, この「わかった」ということを経験したことがないのではないかと思うんですね. わかっていないモヤモヤした状態とわかったときのスカッとした状態の区別を知っていると, 爽快さがやみつきになって, もっと勉強しよう, もっと理解しようと思えると思うんですね. 英語だと「ユーリカ・モーメント」と言いますが, こういう経験はとても大切だと思います.

また, こうした成功体験が逆に新しい発見への妨げになってしまうこともあると思います. いいアイデアを思いついて, しばらくそれにこだわることで, コミュニティにおけるその人の位置づくりのような意味も出てくることもありますが, 逆にそういうことが足かせになる場合もあると思います. もう一つの例としては, とてもいい論文を書いた後に, また別の新しいアイデアを思いついたとしても, 前に比べて大したことがないように見えてしまって論文にしなかったりする例ですね.

そういった意味でも, 自分なりのスタイルを確立していってほしいと思います.

——本日は貴重なお話をお聞かせ下さり, 誠にありがとうございました.

(2010年2月, 東京大学柏キャンパス研究室にて)

(むらやま・ひとし, 東京大学数物連携宇宙研究機構,
カリフォルニア大学バークレー校)

「数理科学」は語る

30年前から現代へのメッセージ

難 波　誠

1980年8月号

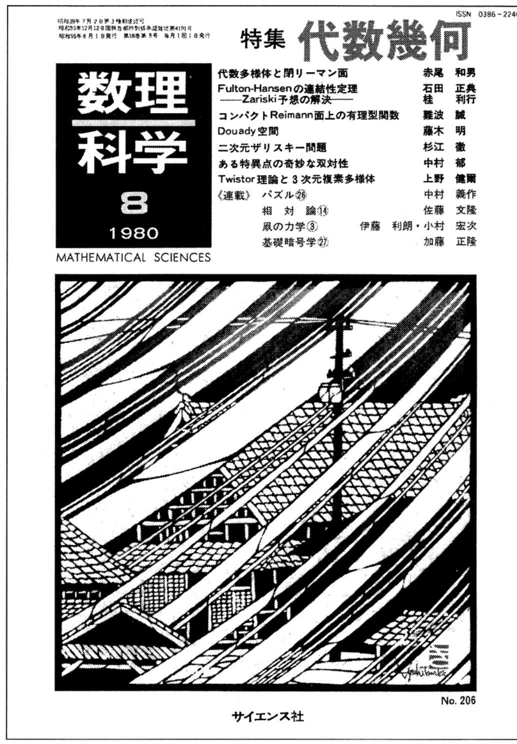
30年前のこの特集は，当時活発な動きを見せていた代数幾何学と複素幾何学で先端的研究をしていた若い研究者（私が最年長）が，研究の最前線を語ったものと考えられる．あれからずいぶん，いろいろな進歩があった．しかし神の眼から見たら，ほんの僅かであろう．それでも私たちは，先人がそうであったように，現在できる限りの事をなして，後に来る若い人々に手渡してゆく．それが歴史的使命であろう．

以下（最も進歩の鈍かった）私のことを語ることを許して頂きたい．この特集の時期，（記事にも現れているが）研究のテーマを「小平–スペンサー–倉西の変形論の代数幾何学への応用」から，「射影代数多様体の分岐被覆の研究」にシフトしつつあった．記事を書く作業は，自分の考えを整理し，より見通しの良い立場に立つために役立ったと記憶している．

ある分野を学び研究するには，何か問題意識を持つことが最も良い方法の一つである．この分野で私が立てた問題は，主として次の2つであった．(1) 与えられた射影代数多様体 M 上の有限ガロア分岐被覆の同型類の集合の，M の内部量による記述（類対論的問題）．(2) M を複素射影空間 $\mathbb{P}^n$ とする．与えられた分岐の型を持つ $\mathbb{P}^n$ 上の有限ガロア分岐被覆 $f: X \to \mathbb{P}^n$ において，X が一般型の場合，X の同型類と f の正則同値類は同じになるのではなかろうか？（同値問題）．

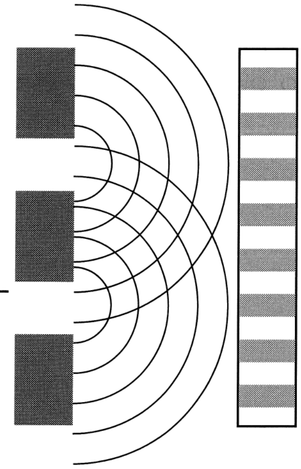
これらは私にとって，難しい問題であった．(1) については，ベクトル束の言葉を用いて，一応の答えを与えた（*Pitman Research Notes* **161**, 1987）が，わからないものをわからないもので置き換えた（従って何もわかってない）感じがする．(2) については1次元すなわち $\mathbb{P}^1$ の場合のみ解いた（*Osaka J. Math.* **43** (2006), 137–178）が，2次元以上では（非常に特別な場合を除き）ほとんど何も知られていない．

時には挫折に近いこともあったが，数学に魅せられて長い間歩んできた．そして現在も魅せられて歩き続けている．これは他の人たち，いや古代から現代そして未来の数学研究者のほとんど全員についても同様であろう．



（なんば・まこと，追手門学院大学経済学部）

目で見て学ぶ量子力学



最終回

実験でひもとく量子の不思議

量子力学の展開

外 村　彰

20.1 量子力学の基礎現象

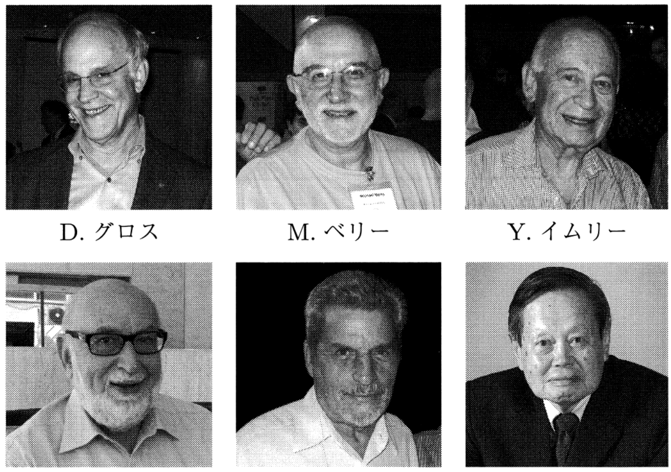
私が大学で量子力学を学んだのは，47 年前の 1963 年．数学的で，納得いくまで理解できなかったけれども，神秘的で，憧れを抱かせてもらった．とりわけ，二重スリットの実験とアハラノフ・ボーム（AB）効果は，私の専門 “電子顕微鏡” と関係が深いこともあって，ずっと関心を寄せてきた．

二重スリットの実験

二重スリットに電子を送る．電子を送る頻度を極端に低くして装置の中に電子が 1 個しかいないようにしても干渉縞が得られる．1 個の電子が 2 つに分かれて別々のスリットを通り抜け，後方で干渉しているとしか考えられない．と言っても，1 個の電子だけで干渉が起こった証拠は得られない．たくさんの電子を検出して初めて干渉縞が得られる．電子の波動関数は，シュレディンガー方程式に従って水面の波紋と同じように伝わっていく．だが，その波の様子を観測してはならない．検出されたとたん，波動関数が収縮して 1 個の電子として観測されてしまう．どこに電子が現れるかを表す確率分布は，波動関数の自乗で与えられる．この不思議な現象は，小さな電子に限る訳ではない．はるかに大きな中性子や原子も，そして電子顕微鏡で見れば大きな分子として捉えられる C_{60} や生体分子ポリフェリンまでが同じ振舞いをすることが実証されている．

AB 効果

AB 効果も，量子力学の不思議な基礎現象である．ゲージ原理を表していることもあって，今では様々な分野で顔を表すようになってきた．AB 効果は，2009 年にその発見からちょうど 50 年を迎えたため，これを記念した催し物が計画された．アメリカ物理学会誌 “Physics Today” の 8 月号には，“AB 効果



D. グロス　M. ベリー　Y. イムリー
F. エングラート　Y. アハラノフ　C.N. ヤン

図 20.1　AB 効果の会議での講演者.

50 周年の特別記事” が掲載され[1)]，国際会議もテル・アビブとブリストルで開かれ，AB 効果が再び話題を呼んだ．AB 効果発見者の一人で Y. アハラノフのいるテル・アビブ大学で開催された会議[傍注1]での講演者の顔ぶれ（図 20.1）を見れば，如何に広い分野の研究者が集まってきたかが分かる．量子力学の基礎である AB 効果は，今や様々な分野に出現している．

［傍注1］AB 効果の D. ボームは 1992 年に亡くなっているが，未亡人が，ブリストルから娘や息子と共に参加した．

会議は，2004 年のノーベル賞受賞者でストリング理論の D. グロスによる「位相因子，ゲージ理論，そしてストリング」と題する感銘深い講演で始まった．そして，AB 効果の拡張版 “ベリー位相” を見出し，リーマン予想などでも活躍している M. ベリーによる見事な「AB 効果の歴史」，固体中の電子が干渉する “メソスコピック物理” を作り上げた Y. イムリーによる「メソスコピック物理の総合報告」，重力理論の F. エングラートによる「ブラック・ホール」，パワーポイントを用いずに黒板に数式を書きながらの精力的な講演で聴衆を魅了したアハラノフの特別講演と続く．会議に急に参加できなくなった C.N. ヤンは，ファラデー，マックスウェルの時代から 150 年もの長きにわたって議論の的であったベクトル・ポテンシャルによって，AB 効果という観測可能な効果が生じることが実証されるに至る経緯を語った．その他，M. ハイブラムの “固体内電子の干渉実験” や私の AB 効果の実験の歴史など，AB 効果を取り巻く話題が数多く報告された．

量子の不思議

量子力学には，その他にも多くの興味深い現象がある．その一つに，2009 年に亡くなった J. ホイーラーによる考案された，遅延選択（Delayed Choice）実験がある．光子が干渉計を通り過ぎて検出される寸前に，検出器を別のものにすり変えると，光子が経験した過去の歴史までが書き変えられてしまう．ホイーラーは，これを数十億年前にクウェーサー[傍注2]から出た光子に適応して，信じられない結果を予測した．地球で光子を観測すると，途中で光子が，まっすぐ

［傍注2］最も宇宙の果てにある “銀河の一種と考えられている天体”．強い光や電波を発しているものが多い．

にやってきたものか，それとも重力レンズで曲げられてきたものか，という過去の情報までを観測によって決めることができる．電子や光の挙動は，観測を除外して考えられないのか？

こうなると，「月は，我々が見ているから存在するというのか？」というA.アインシュタインの80年前の言葉が身近に感じられる．「どうにも納得できない．」と不満をもらすと，量子力学を使いこなしてきた達人たちは，「直感などは放棄し，量子の世界はそういうものだと受け入れてしまえ．慣れてくれば，なじんでくる．」と説得してくれる．頑固な理論屋や実験家だけが，もっとすっきりした道が何かあるはずだと信じて，はっきりした見込みもない努力を続けている．

アインシュタイン・ボーア論争[傍注3]から始まり，ド・ブロイのパイロット波[傍注4]，シュレディンガーの猫[傍注5]，ボームの隠れた変数[傍注6]，アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン（EPR）のパラドックス[傍注7]，ベルの定理[傍注8]，アスペの実験[傍注9]，エベレットの多世界解釈[傍注10]など，不可思議な量子の世界をすっきり理解したいという挑戦は，80年間にも及ぶが，先の見通しもついていない．

こうなると，つい弱気になってしまう．量子力学を追い求めてきたものの，所詮，地球に生まれた動物である人間が考えることに過ぎないのではないかと．ホイーラーは，究極理論は存在せず，人間の見方を自然に押しつけているだけだと言っている．また南部陽一郎先生と同じ頃にひもの理論を発見したH.ニールセンも，超ミクロの世界は観測にかからないという．

これから量子力学は一体どういう道をたどるのだろうか？ 相対論と矛盾しないすっきりした理論への道が見つかるのだろうか？ どんな実験が糸口になるのだろうか？―高エネルギー実験か？ 宇宙実験か？ 量子力学の基礎実験か？ あるいは，量子情報の応用実験の中から生まれるのだろうか？ コペンハーゲン解釈を初めとする様々な量子力学の解釈の中から本命が現れるのだろうか？ 先のことは分からないが，いつか大きな展開がやってくることを期待している．

20.2 究極理論の夢

アメリカのSSC（超伝導超大型加速器）[傍注11]の議論が沸騰していた1990年代，“究極理論”という言葉がもてはやされた．統一理論が成功の一途をたどり，宇宙の誕生や生成の神秘のベールがはぎ取られ，興奮の坩堝（るつぼ）にあった．S.ワインバーグはSSCを実現したかったこともあって，『究極理論への夢』（小尾信彌，加藤正昭訳，ダイヤモンド社，1994年）を著し，「歴史は究極理論が存在することを示唆していると私には思える」と述べている．宇宙がどうやって誕生したのか，どうやって進化してきたのかまでもが理解できるようになったので，科学者は，すっかり自信がついてしまった．

しかし昔，猿だった人間がだんだん知恵をつけて，脳が発達してきた過去を振り返ると，思い上がりの気もする．確かに，人間はこの数百年頑張って，“自

[傍注3] 1920年頃にA.アインシュタインとN.ボーアが行った量子力学の解釈についての論争．1927年のソルベイ会議での議論は有名である．

[傍注4] L.ド・ブロイも，ボーアの確率解釈に納得せず，電子は粒子だが，それを先導するパイロット波が伴なっているという理論をソルベイ会議で提唱した．

[傍注5] 量子の世界では，1個の量子が2つの状態を同時に取る．これをマクロの世界と連動させると，箱の中に入った猫が生きている状態と死んでいる状態を同時にとることができる．シュレディンガーはこのパラドックスを提出して，量子力学の不思議さを強調した．

[傍注6] ボームらの主張によれば，量子力学はまだ完成しておらず，我々がまだ知らない“隠れた変数”があると言う．

[傍注7] アインシュタイン，B.ポドルスキー，N.ローゼンが考え出した“量子力学が完全ではない”ことを示すパラドックス．

[傍注8] EPRのパラドックスを実験的に検証するための条件をJ.ベルが1964年に考え出した．“隠れた変数”が存在すればベルの不等式を満たすはずである．

[傍注9] A.アスペはベルの不等式が成り立たないことを示す実験結果を得た．

[傍注10] 検出したとたんに波動関数が1点に収縮するプロセスはシュレディンガー方程式から導くことができない．H.エベレットは，これに満足せず，1957年に多世界解釈を提案した．いくつもの世界が平行して存在し，観測によって観測者は初めて，そのうちのいずれかの世界にいることを知る．この考え方では，観測時に波動関数の収縮は起きない．

然”を驚くべき所まで理解できるまでに至った．その中で驚くべきは，人間の努力に対してよりも，自然の奥深さに対してかもしれない．しかし，所詮は人間も地球上の動物の仲間である．その人間が，自然をすべて理解し尽すとは思いにくい．だが，そんな無益な努力をすることが，人間の頭脳をここまで発展させてきた原動力になったのではないだろうか？ 究極理論ができてしまったら，宇宙も，生物も理解できることになるはずだが，悟ってしまった後の人間は何だかつまらない．いくらやっても，まだ先があるのが“自然”であってほしい気がする．

［傍注11］ 巨大加速器のSSC（Superconducting Super Collider）はテキサス州に建設途中であったが，1993年に計画半ばで中止された．

量子力学は，動物である人間が，人間も含めた自然を本当に明らかにできるのかという基本的な疑問を，我々に提示しているようにも思える．ただ，量子力学が，今のままであるとも思えない．

20.3 役立ち始めた量子力学

量子力学を深く考えれば考えるほど，不思議な思いが募る．量子力学の基礎実験は，これまでは単なる理論上の思考実験に過ぎず，現実の問題に関わってくることはないと思ってきた．まして我々の役に立つことなどあり得ないと思っていた．しかし量子力学の基本を突き詰めて考えてきた人たちの中から，実用への道を考案する人々が現われた．

R.P. ファインマンは1959年のアメリカ物理学会で行った有名な講演の中で，原子や分子を情報の単位として利用できるようになれば，莫大な情報を操作することができるようになる，と述べている[2)]．マクロな領域では全く同じ回路はできないが，原子100個からなる回路は全く同じにできる．そして，電子顕微鏡の分解能を，当時の10Åから100倍良くして，原子を直接見ることへの挑戦を促している．やがて，量子力学の基本原理を使った量子コンピューター，テレポーテーション，量子通信などのアイディアも，次々生まれてきた．

ISQMが始まって間もない頃だったと思う．次のISQMのテーマ探しをしているときに，ファインマンが“量子力学の基本原理を使ったコンピューター”という荒唐無稽な可能性を考えているという話が伝わってきた．AB効果論争がきっかけになってスタートしたISQMは“先端技術の光に照らして見た量子力学の基礎”という新しい分野を切り開き，1980年代には，類似の会議が世界でたくさん開催されるようになった．私もそうした会の多くに招かれて参加したが，その会議の中で，量子コンピューターの講演がちらほら取り上げられるようになってきた．当時，日本からの貢献は全くなくて，淋しい思いをした．これと似たことが，それより少し前にもあった．真空中の電子のみならず固体中の電子がAB効果を示すことから，メソスコピック物理[傍注12]という分野が拓かれたときにも，その発想は日本から生まれなかった．

［傍注12］ 第2回のISQMで，IBMのR.A. ウェッブが低温にした小さな金属のリング状回路の中の電流は干渉しAB効果を示すことを発表した．AB効果の検証実験は，日本人の手で行われ，議論も日本で盛んに行われていたのに，固体中の電子が示すAB効果をアメリカにしてやられたのは残念だった．量子現象が微小な回路などで示されるようになり，マクロとミクロの中間のこの分野を“メソスコピック物理”と呼ぶことがある．

1997年，スウェーデンのジモで行われた“Modern Studies of Basic Quantum Concepts and Phenomena”と題するノーベル・シンポジウムには，H. ラオホ，C. コーエンタノージュ，H. ウォルター，M.O. スカリー，A. ペレス，

H.J.キンブル，D.J.ワインランド，S.ハロッシュの他，W.H.ズーレック，A.J.レゲット，A.ツァイリンガー，C.ベネット，A.エッカートなどが集まり，量子コンピューターの話題が大々的に取り上げられ始めた．ちょうどその直後に，高密度化の可能な“固体素子での量子コンピューター”の可能性がジョセフソン素子を使ってNECの中村泰信，蔡兆申たちによって示され注目を浴びた．その後，理研で発展し，一躍日本も，国際競争の舞台にかけ上がった．日本でも量子コンピューターに予算がつき始め，本格的に研究も行われ始めた．2001年からISQMでもトピックスに取り上げられるようになった．こんな新しい分野が量子力学の基礎分野から誕生するとは思いもしなかった．

ここで，にわか勉強をして量子コンピューターを説明するつもりはないが，量子力学の最も基本的な原理が実用化されようとしていることだけに触れておきたい．

量子コンピューター

量子力学の最も重要な基本原理の1つは，“重ね合わせの原理”である．二重スリットの実験では，1つの量子が右側のスリットを通る状態と，左側のスリットを通る状態を同時に取る．マクロな状態では，1人の人間が右と左のドアを同時に通るなどということは決して起こり得ない．シュレディンガーは，放射性物質からアルファ粒子[傍注13]が放出されるか否かという量子力学的な現象を，“マクロな猫の生死”に結びつけた[傍注5]．アルファ粒子が出ると，青酸カリの瓶が壊れて猫が死んでしまう．箱の中の猫は死んでいるかどうかはふたをあけて見るまで分からないが，ミクロの量子の世界と連動させているので，ふたをあけるまでは，猫は死んだ状態と生きた状態を同時にとることになる．

［傍注13］ アルファ粒子はヘリウムの原子核である．

通常のコンピューターは計算を順次行っていくが，量子コンピューターでは，猫の生死のような複数の状態を作って，並列に計算を行う．このため，ある種の計算はべらぼうに早くできる．

量子力学を人工的に制御しようというのだから，実現は如何にも難しそうで，まだまだ基礎実験の段階であり，実現するか否かすら定かではない状況にある．ただ量子力学の基礎実験の面からの意義は大きい．

テレポーテーション

EPRの仮想実験[傍注7]では，スピン上向き，下向きが対をなす2つの粒子を利用する．粒子が遠く離れたとき，片方が上向きと分かるや否や，瞬時に他方が下向きになる．アインシュタイン自身も言っているように，まるでテレパシーである．

1993年，ベネットたちは量子状態のテレポーテーションが理論的に可能であることを示した．また，W.ウータースたちが示しているように元の状態を保ったまま，テレポーテーションを行うことはできない．つまり元の状態の情報は新しい場所に移り，元の情報は消えてしまう．もし元の情報も残っていたとすると，同じ状態のコピーができたことになる．テレポーテーションは，情報を超光速で伝える訳ではない．従って超光速通信に利用できない．これは1983年

の第1回ISQMでA. シモニーが証明している.

量子暗号

今の世の中は随分便利になった. 携帯電話で銀行預金をやり取りできる. その反面, 誰かに全財産を引き出されてしまわないかという不安がある. 安全の秘密は暗号にある. 今の社会は暗号の上にあると言っても良い. ところが, 量子コンピューターができてしまうと, 計算が早くなるので, 事実上不可能と思っていた計算もあっという間に行われて暗号も解読されてしまう.

量子力学を使うと, “原理的に解読できない暗号” を作ることができる. 波動関数を使えば, 観測すると収縮してしまうので, 直ちにそれと分かる. これもベネットたちが考案した. 量子力学を使うと, いろいろな面白い応用が考えられる.

20.4 量子力学の今後の展開

量子力学は, 80年以上も前に築き上げられた. 当初その狙いは, 原子が, 原子核とそれを取り巻く電子でできていることを説明することにあった. しかし, これまで我々がなじんでいる古典力学とは, 全く異なった理論になってしまった. 古典力学では, 現在の状態が分かると, 未来は予測できた. だが量子力学では, 1個の電子がどこに行くかという簡単な予測すらできない. できるのは, どこに行きそうかという確率分布を与えるだけで, 実際にどこに行くかは時の運でしかない. だが, その予測は正確で, これまで, はずれたためしはない. だから, 大多数の研究者は, いくら納得できなくても, 量子力学はブラックボックスのままで問題はないと思っている. ブラックボックスの中味を考えていても, 何も新しい結果が出て来ないので, 確かに生産性がない.

でも, 電子を1個1個見るような実験をしている研究者にとって, 量子力学は, 電子の挙動を予測できない情けない理論である. これで “法則” とか “理論” と言って良いのかすら疑問になるときがある.

それに, 結果さえ合えば, 解釈はどうあっても良いということにはならない. 昔のことだが, ローレンツ変換の式は, 特殊相対性理論ができる前にエーテルが存在すると仮定して求められていた. これでも実験結果の説明は可能だった.

量子力学にどうにも我慢できないという幾多の天才が, 量子力学にチャレンジしてきたが, 誰もが挫折を味わってきた. しかし, 先端技術を使った量子力学の基礎に触れる実験が可能になり, ひょっとすると, その中から新しい展開が生まれるような気がする. 実用化の可能性を秘めた量子情報分野には今後も多額の予算が投資され, 技術の進展も見込めるだろう. そうなれば, ここから量子の神秘を解き明かす可能性も大きくなると思う. 我々も, 量子力学の基礎を探究し, 応用を探るプロジェクトを理研で進めている. この構成は面白い. 4名のチームリーダーの半数は外国国籍である (図20.2). それだけでない. 量子コンピューターの蔡さんはNEC, 私は日立, 大谷さんは東大の兼任, F. ノ



図 20.2　理研 “単量子操作” プロジェクトのチームリーダーたち．上の左から大谷義近，F. ノリ，下の左から蔡兆申，外村．量子現象の解明から，新しい量子コンピューターなどの応用を探る．

リさんはミシガン大学出身で理研の専任になってくれたという特異なグループである．やりたい放題やらせてもらっているが，成果には目を見張るものがある．とくにノリさんの活躍のお陰で 2001 年からこれまでに *Phys. Rev.* に 130 報もの論文を掲載している．きっと量子力学の面白い進展も生まれるのではないかと期待している．

20.5 おわりに

量子力学の世界をじかに見たくて，干渉性のよい電界放出電子線の開発を始めたのは 1967 年．2000 年には，とうとう高さ 7 m，総重量 40 トンという巨大な 100 万ボルト・ホログラフィー電子顕微鏡（図 20.3）を作った．研究を始めた当初，まさか，こんな巨大な装置を作るとは，夢にも思ってもいなかった．この装置を見上げるたびに，よく，こんなことが企業の中で可能だったと思う．写真に写っているのは，今は亡き只野文哉，渡辺宏両氏を初めとする日立の好奇心あふれた人たちである．予算を取りたくて，毎年お二人の家にお年始にあがり，応援していただけるようにお願いした．この写真は計画から紆余曲折を経て 15 年後にやっと完成した装置のお披露目のときの写真である．只野さんは，このとき，そっと装置に手を合わせてくれた．忘れることのできない写真である．支援してくれたのは社内の人たちだけではない．社外の先生の支援がなかったら，こんな気の遠くなるような開発も，できるはずもない．この装置で，高温超伝導体中の磁束量子が見えるようになったり，0.3 Å に迫る格子像も見えるようになったが，原子の配列を 3 次元的に見るという D. ガボールやファインマンの期待に応える性能にまでは至らなかった．

電子顕微鏡の分解能が波長限界に至っていないのは，ひとえに大きなレンズ

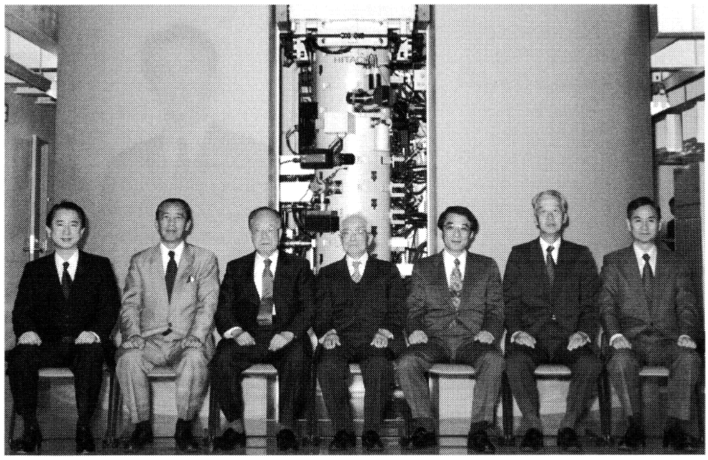


図 20.3　100 万ボルト・ホログラフィー電子顕微鏡完成記念の写真（2000 年 4 月 8 日）中央に故只野文哉氏，その右が外村，その右が故渡辺宏氏．

収差のためである．しかし収差補正の技術も，その可能性がドイツで示されたので，明るい希望が見え始めた．私は，もう一度チャレンジしたいと，7 年前から収差補正レンズを組み込んだ原子レベルでの電子線ホログラフィーを計画してきたが，2009 年度の補正予算での実現を狙っている[傍注14]．

［傍注 14］　2010 年 3 月に補正予算が正式に認可された．原子レベルでゲージ場を観察する電子顕微鏡開発を狙う．電子顕微鏡技術とりわけ超高圧電子顕微鏡技術を次世代の技術者に引き継ぎたいと思っている．

科学技術予算は昔に較べると桁ちがいに増加した．次の世代の若い人たちに，思い切ったチャレンジを期待している．勿論，研究はお金だけではできない．しかも，本物の研究は，短期間ではできないので，一番必要なのは研究者の意欲や執念，そして，それを可能にし支える環境である．次の世代を担う若い人には，こんなあわただしい世の中だけども，是非とも勇気をもって頑張ってほしいと思う．それに，年輩の人たちには，これぞと思う人には惜しみない支援を送ってほしい．

この連載を通して，学習院大学名誉教授の江沢洋先生には多大なるご指導を賜った．ここに厚く感謝申し上げる．

参考文献

1) H. Batelaan and A. Tonomura: “The Aharonov-Bohm effects: Variations on a subtle theme” *Physics Today* **62** No.9 (September 2009) 38–43.

2) R.P. Feynman: “There’s Plenty of Room at the Bottom” February 1960 issue of Caltech’s Engineering and Science.

（とのむら・あきら，(株)日立製作所基礎研究所／(独)理化学研究所基幹研究所）

リレー連載

現象から方程式を創り出す

第7回 —立式で鍛える論理的思考法—

KdV方程式

高橋 大輔

1. 応用力学研究所

九州大学に附属する応用力学研究所は，海洋やプラズマなど流体関連の実験装置が整った由緒ある力学系研究所である．全国共同利用施設としての役割もあり，我々ソリトン分野でも研究集会をここ十年以上毎年のように開催している．ところがこの集会の参加者は理論系が多く，残念ながら実験装置とは無縁の人間がほとんどである．また，現実の現象をこの目で見たことのない人が特に若い世代に多い．そこで私が代表者となって開催した1999年の集会では，及川正行先生を通じて研究所にかけ合い，浅水波のデモンストレーションをお願いした．

研究集会のお昼休みに皆で実験棟に見学に行くと，幅や深さが1m程度，そして長さが…それはそれは数十mにおよぶ長〜い水槽がデンと置いてあり，水が深さ半分ほど溜められていた（サイズについては記憶があまり定かでなく，印象のみで記す）．そして端から造波装置で水をトプンとあおると水面に可愛い波が一つ起こり，その波がもう一方の端まで一定の速度でスーッと移動していくのである．

波といっても砂浜でザブンとなるような，あるいは，北斎の冨嶽三十六景神奈川沖浪裏に描かれたような波ではなく，頂きの丸いなだらかな山のような水面の隆起である．そして，この波が端のほうまで移動する様を水槽の上から頭を突っ込んで見送っていると，そこにはトロピカルな風景にも似た癒しの細長〜い空間が拡がっていたのである．

2. 孤立波

Scott-Russel卿は1834年に前節で述べたような波の伝播を観察した[1]．その報告によると，せまい運河を馬に引かれて進んでいた船が急に止まり，へさきから水面の隆起がひとつ起こり，それが波となって形を変えず速度を落とすことなく1, 2マイル伝播したそうである．図1にこんな状況であっただろうという戸田盛和先生のスケッチを示す．観察された波はサインカーブのような周期性のある波列ではなく，水面の盛り上がりが単独の

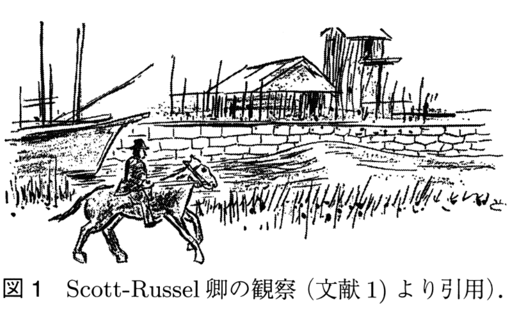


図1 Scott-Russel卿の観察（文献1)より引用）．

ものである．こういう波を**孤立波**（solitary wave）という．では，孤立波は誰でも発見できるたぐいの波であろうか．

まず，波が進行方向に1次元的に伝播していることが特徴で，せまい運河のような水路でなければならない．海のように水面がどの方向にも広がっている場所では，進行方向に対して垂直な方向に同じ波形が続かなければならず，最初の波が起こるだけでも大変である．さらに，エネルギーが小さく波長が短いさざ波だとすると，壁との摩擦，水の粘性がどんどんエネルギーを奪う．人力によって少々の波を起こしたところで，1, 2マイルの伝播は望めそうにない．つまり，摩擦にあらがって長距離を伝播する程度にエネルギーが大きく，粘性によるエネルギー散逸が無視できる程度に波長が長く，その上で波が崩れないように形は緩やかである，というような波でないといけない．たまたま細長い運河があり，たまたま船がトンと止まって波が起き，おそらく観察眼の鋭かったであろう卿がたまたま横にいて，この発見が成立するのである．

3. KdV 方程式

Korteweg と de Vries は，前節で述べた孤立波が従う方程式を流体力学による考察から導出し，解を議論した[2]．その方程式は二人の名前を冠して **Korteweg–de Vries（KdV）方程式**と呼ばれ，次式のような形をしている．u は t, x に依存し，式中の u の添字はその変数に関する偏微分を表す．例えば u_t は $\frac{\partial u}{\partial t}$, u_{xxx} は $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ である．

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0 \qquad (1)$$

各項の係数は座標変換等により任意にとれる．図2(a)に原論文で記載されたKdV方程式を引用する．変数のスケールを変え，動く座標を導入し，記号を合わせれば図の式と(1)は一致する．

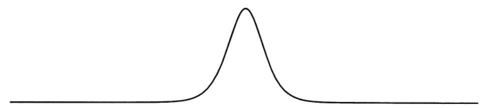
この方程式の解の一つに

$$u(x,t) = 2k^2 \mathrm{sech}^2 k(x - 4k^2 t - x_0)$$

In eliminating $\frac{\partial\gamma}{\partial x}$ from these equations, we have at last

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{3q_0}{2l}\,\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\eta^2 + \frac{2}{3}\alpha\eta + \frac{1}{3}\sigma\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\right)}{\partial x} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

(a)



(b)

図2　(a) 原論文に記載された方程式（文献2）より引用），(b) (1) の孤立波解．

がある．$\mathrm{sech}x = 1/\cosh x$ であり，k および x_0 は定数である．これら定数を適当に与えた場合の $u(x,0)$ のプロットを図2(b)に示す．無限遠方で $u = 0$ に収束し，中央の波の高さは $2k^2$ であり，波の幅は k の逆数に比例し，波の進行速度が $4k^2$ となる．x_0 は波の位置を定める定数である．波が一つだけポツンといる様が孤立波と呼ばれるゆえんである．

4. 導出の準備

さてKdV方程式は水の波のどのような状況をモデル化しているのであろうか[2~5]．水の波の運動なのでもちろん流体力学が関わる．まず図3にKdV方程式を導くための状況設定を示す．

水の運動は2次元的であるとし，底からの水面の平均の高さを H，横座標 x における時刻 t での水面の高さを $h(x,t)$ とする．$h(x,t)$ についての運動方程式を導くのが目標であるが，そのためには水の内部領域の運動方程式および大気・底との境界での条件を考える必要がある．

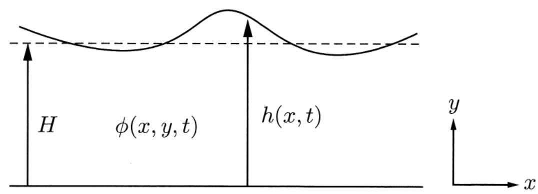


図3　水波の状況設定．

まず内部領域での水の運動は**非粘性**，**渦なし**であるとする[6]．例えば人が泳いでいるときに水を粘っこいと感じることはないであろうが，ミジンコが泳ぐようなときは運動の長さスケールが小さく粘り気が効いてくる．今考えている水波の運動はこのような粘性が効かないスケールであると想定して非粘性とする．また，領域の各点で水は並進運動の他に回転運動もしており，この回転運動は渦と呼ばれる．今はこれも効かないと仮定して渦なしとする．

渦なしの仮定より，水の速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ は

$$\boldsymbol{v}(x,y,t) = \nabla\phi = (\phi_x, \phi_y)$$

と速度ポテンシャル $\phi(x,y,t)$ で表すことができる．すると, 内部領域では質量保存則から連続の式

$$\Delta\phi = \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad (0 \le y \le h) \qquad (2)$$

が成り立つ．またエネルギー保存則と同等の **Bernoulli の定理**を水面においても適用し，圧力が常に大気圧に等しいことを考慮すると

$$\phi_t + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2) + g(h - H) = 0 \quad (y = h) \quad (3)$$

が導かれる．ここで g は重力加速度である．さらに，水面は水の速度とともに動くことから

$$\phi_y = h_t + \phi_x h_x \quad (y = h) \qquad (4)$$

が成り立つ．そして最後に水底では速度の鉛直成分が 0 であることから

$$\phi_y = 0 \quad (y = 0) \qquad (5)$$

となる．以上の (2)〜(5) を連立させて KdV 方程式を導くが，その準備として線形近似によって波の大まかな様子を調べよう．

5. 線形近似で下調べ

速度が小さい，すなわち $\phi_x, \phi_y \sim 0$ とし，水面の高さは $h \sim H$ であるとしよう．すると (2)〜(5) は

$$\begin{cases} \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 & (0 \le y \le H), \\ \phi_{tt} + g h_t = 0 & (y = H), \\ \phi_y = h_t & (y = H), \\ \phi_y = 0 & (y = 0) \end{cases}$$

で近似することができる．この方程式の特解として

$$\begin{aligned} \phi &= A\cosh ky \cos(kx - \omega t), \\ h &= H - (Ak/\omega)\sinh kH \sin(kx - \omega t) \end{aligned} \qquad (6)$$

が存在する．ただし波数 k と振動数 ω には次の**分散関係**が成り立つ．

$$\omega^2 = gk\tanh(kH).$$

この波は水面 $y = H$ でサインカーブの形をしており，ω/k の速度で右あるいは左に伝播する．以降では $\omega > 0$ の場合のみを考える．

次に，波長は水深よりもずっと長いとしよう．このような波を**浅水波**と言う．波数 k は波長の逆数に比例するのでこの関係は $kH \sim 0$ と表せる．すると分散関係を kH で展開して

$$\omega^2 = c_0^2 k^2 - \frac{1}{3}c_0^2 H^2 k^4 + \cdots$$

が得られる．ただし $c_0 = \sqrt{gH}$ である．さらに微小パラメータ $\varepsilon\ (>0)$ を用いて $k \sim \varepsilon^{1/2}$ とおくと，(6) に現れる $kx - \omega t$ は

$$kx - \omega t \sim \varepsilon^{1/2}(x - c_0 t) + \frac{1}{6}c_0 H^2 \varepsilon^{3/2} t \quad (7)$$

と近似できる．右辺を第 1 項だけで評価すると，波の伝播速度は c_0 すなわち $\sqrt{gH}$ となり，よく知られた公式が得られる．

6. 逓減摂動法

(7) の右辺第 1 項から，無限小振幅の線形波で $\varepsilon^{-1/2}$ オーダーの長い波長のものは $\varepsilon^{-1/2}$ オーダーの時間でゆっくり振動し，c_0 の速さで動くことがわかった．しかし，前に述べたような孤立波は有限小振幅であり，もっとゆっくりした運動であることが水波の実験からも確かめられている[5]．つまり無限小振幅の線形の範囲では捉えられない

現象である．

線形の範囲から逸脱する波を記述するには，当然のことながら方程式の非線形項を生かさなければならない．また，よりゆっくりした時間変化を捉えるには，それに合わせた時間座標の導入が必要である．時間座標の手がかりはやはり (7) にあり，右辺第 2 項に $\varepsilon^{3/2}$ でスケールされた時間が現れている．これを活用するため，下記のように c_0 で動き $\varepsilon^{1/2}$ でスケールされた空間座標 ξ と $\varepsilon^{3/2}$ でスケールされた時間座標 τ を導入する．

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(x - c_0 t), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t.$$

ξ の導入によって $\varepsilon^{-1/2}$ 程度の長い波長の波を通常の幅に縮尺でき，$\varepsilon^{-1/2}$ 程度の「ゆっくりではあるが，まだ速い」時間変化を吸収できる．

次に非線形項の導入である．上記の座標変換を元の方程式 (2)～(5) に導入すると，微小パラメータ ε を含んだ項が現れる．さらに従属変数 h, ϕ にも ε を含む展開形を想定し，次式のように仮定する．

$$h = H + \varepsilon h^{(1)}(\xi,\tau) + \varepsilon^2 h^{(2)}(\xi,\tau) + \cdots,$$
$$\phi = \varepsilon^{1/2}\phi^{(1)}(\xi,y,\tau) + \varepsilon^{3/2}\phi^{(2)}(\xi,y,\tau) + \cdots.$$

これらを元の方程式に代入し，ε の次数毎に左右辺が等しいとし，次数の低いほうから並べた方程式を順に整理していくと，最終的に以下の式にたどり着く．

$$h_\tau^{(1)} + \frac{3}{2}\frac{c_0}{H}h^{(1)}h_\xi^{(1)} + \frac{1}{6}c_0 H^2 h_{\xi\xi\xi}^{(1)} = 0. \quad (8)$$

$h^{(1)}, \tau, \xi$ をそれぞれ u, t, x と書き換え，変数のスケールを調整すれば (8) は KdV 方程式 (1) と一致する．この式にたどり着くまでの計算はなかなか大変で，詳しくは文献 3) を参照してほしい．

微小パラメータによる従属変数の展開の他に，独立変数のスケール変換を伴う上記のような摂動手法は**逓減摂動法**（reductive perturbation method）と呼ばれている．

7. 再帰現象

方程式の導出は前節までであり，本連載の趣旨としてはこれで落着となる．ところが，KdV 方程式に関しては 1895 年の導出から長い時間を経て大発見が起きるのである．連載タイトルにあやかるなら「コンピュータから解を創り出す」とでも言うべき発見で，コンピュータが大きな役割を果たす．これについても説明しよう．

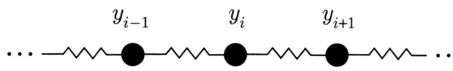


図 4　非線形格子．

まず，Fermi, Pasta, Ulam の 3 名は統計力学における非線形性の効果を検証する簡単な数値実験を行った[7)]．質点がバネでつながれた図 4 のような系を考えよう．バネの伸びに対する力は線形性に加えて 2 次あるいは 3 次の非線形性を仮定する．例えば 2 次の場合に $y_i(t)$ を i 番目（$1 \le i \le N-1$）の質点のつり合いの位置からのずれとすれば以下のような運動方程式が得られる．m, κ, α は定数である．

$$m\ddot{y}_i = \kappa\{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} + \alpha((y_{i+1} - y_i)^2 - (y_i - y_{i-1})^2)\}. \quad (9)$$

両端は固定端（$y_0 = y_N = 0$）とする．y_i を Fourier 成分に分解すると

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^{N-1} a_k(t) \sin\frac{ik\pi}{N}$$

となる．k 番目のモードの振幅 $a_k(t)$ についての全エネルギー E_k は，2 次の非線形性の部分の寄与が小さいとして無視すると次式で与えられる．

$$E_k = \frac{m}{2}\dot{a}_k^2 + 2\kappa a_k^2 \sin^2\frac{k\pi}{2N}.$$

初期値として最低次（$k=1$）のモードだけにエネルギーを与え，各モードのエネルギーの時間変化を求めた原論文の結果を図 5 に示す．時間変化を求めるにはコンピュータを用いた (9) の近似計算が必要で，彼らはデジタルコンピュータの歴史の初期に登場する MANIAC というコンピュータで計算を行った．

図で明らかなように，低いモード間でしかエネ

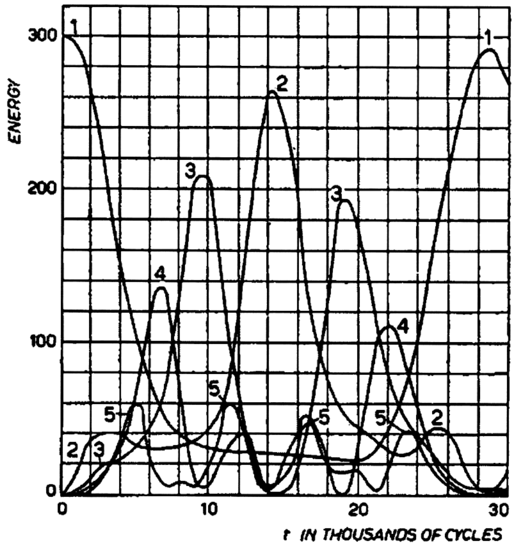


図 5　1 番目から 5 番目のモードのエネルギーの時間変化（$N=32$）（文献 7) より引用）．

ルギーのやりとりは行われず，時間が経つと最低次のモードにエネルギーが戻ってしまう．この現象は Fermi–Pasta–Ulam の**再帰現象**（recurrence phenomenon）と呼ばれている．この結果の意義は大きく，何らかの非線形性があれば系はエルゴード的になり，エネルギーは各モードにくまなく行き渡って等分配されるはずという当時の認識がくつがえされることとなった．

8. KdV 方程式再登場，そしてソリトンへ

前節の非線形格子に対して連続体近似を行い，さらに逓減摂動法を用いて有限小振幅の非線形波についての方程式を導く．まず格子間隔を δ とし，$y_i(t)=\widetilde{y}(i\delta,t)$ と連続関数で近似し，$i\delta=x$ と書き改めると

$$y_{i\pm1}(t)=\widetilde{y}\pm\delta\widetilde{y}_x+\frac{\delta^2}{2}\widetilde{y}_{xx}+\cdots$$

という Taylor 展開が得られる．さらに $\widetilde{y}$ が微小だとすると (9) より線形方程式

$$\widetilde{y}_{tt}=\frac{\kappa}{m}\delta^2\widetilde{y}_{xx}$$

が得られるので，線形波は $c_0=\sqrt{\frac{\kappa}{m}}\delta$ の速さで左右に進行することがわかる．

このことに基づいて右方向に伝播する非線形波を捉えるには，c_0 の速さで右へ動く空間座標を導入し，遅い時間変数を導入すればよい．そこで例えば下記の変換を導入する．

$$\xi=x-c_0t=n\delta-c_0t,\quad \tau=\delta^2c_0t,$$
$$y_i(t)=\delta v(\xi,t).$$

この変換を (9) に適用し，δ の最低次のみを取り出すと次式が導かれる．

$$v_{\xi\tau}+\alpha v_\xi v_{\xi\xi}+\frac{1}{24}v_{\xi\xi\xi\xi}=0.$$

そこで $u(\xi,\tau)=v_\xi(\xi,\tau)$ とすると

$$u_\tau+\alpha uu_\xi+\frac{1}{24}u_{\xi\xi\xi}=0$$

が得られる．スケール変換により係数を調整し，変数名を変えれば，この方程式は KdV 方程式 (1) そのものである．つまり，非線形格子 (9) の波動現象に KdV 方程式が潜んでいたのである．

Fermi, Pasta, Ulam による非線形格子での発見から 10 年後，Zabusky と Kruskal は KdV 方程式の初期値問題に対して再帰現象を数値実験により検証した．$0\le x\le 2$ の周期座標で初期値 $\cos\pi x$ からの解の時間発展をコンピュータによって求めた原論文の結果を図 6 に引用する．

しばらく時間が経つと，この図の実線のように高さの異なる複数のパルスが発生する．そして，さらに時間が経つとこれらパルスは再び 1 箇所に集積して初期値に近い形を与え，以降は同じような時間変化を繰り返す．この結果は非線形格子の

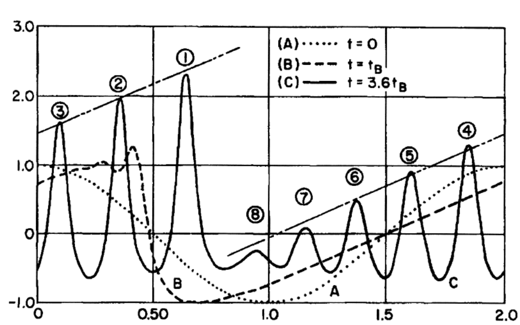


図 6　KdV 方程式の解の時間発展（文献 8) より引用）．

結果とも矛盾せず，非線形偏微分方程式という連続系でも再帰現象が現れるという当時としては衝撃的だったであろう知見を与えている．

しかも，図中のパルスは相互作用にも関わらず時間が経つと繰り返し現れるという重要な事実が原論文で指摘され，著者らはこれらパルスを「“solitary-wave pulse” or “soliton”」と名付けている．今まで孤立していた波が，共存し得る粒子すなわちソリトンに生まれ変わった瞬間である．

9. おわりに

Zabusky, Kruskal の発見の頃からソリトンについての研究は躍進し，同様の系が次々と発見され，理論が整備されていく．逓減摂動法からうかがえるように，ソリトンが関わるのは線形系の次に現れる「弱い」非線形系である．したがって線形理論のように自然現象や工学のあらゆる場面に登場し，また強固な数学が構築されていくのは当然の宿命である．現在に至るまでの歴史についても面白い話が山のようにあり，しかも日本人の研究者が黎明期から非常に多くの貢献をなしている．

さて，ここまで KdV 方程式の由来について，昔のノートを読み返し，文献リストに挙げた参考文献を手本にしつつ紹介してきた．ソリトン分野の研究は，もはや Scott-Russel 卿の孤立波からは想像もつかない進化を遂げており，本記事の内容も古典の部類に属する．しかし，今でもときどき思い返すのである．応用力学研究所のあの波はきれいだったなと．現象を知り，現象に拠って立つことは，研究者の心の支えであり，これからも機会があれば現象に触れてみたいと思う．

なお，KdV 方程式ひいてはソリトン理論に関して参考書がたくさん出版されている．参考文献の欄の後半には日本語で書かれた参考書の一部を紹介しておいた．どれもが面白く，それぞれ異なる味わいがある．何かの機会に一冊でも手にとってくだされば望外の喜びである．

参考文献

1) 戸田盛和,『ソリトンと物理学』(SGC ライブラリ 49)，サイエンス社，2006.
2) D.J. Korteweg, G. de Vries, “On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves”, *Phil. Mag. Ser.* 5 **39** (1895) 422–443.
3) 和達三樹，『非線形波動』(現代物理学叢書)，岩波書店，2000.
4) 戸田盛和，『非線形波動とソリトン 新版』，日本評論社，2000.
5) M. アブロビッツ・H. シーガー（著)，薩摩順吉・及川正行（訳)『ソリトンと逆散乱変換』，日本評論社，1991.
6) 今井功，『流体力学（前編)』，裳華房，1973.
7) E. Fermi, J. Pasta, S. Ulam, “Studies of nonlinear problems”, *Los Alamos Rep.* LA-1940 (1955).
8) N.J. Zabusky, M.D. Kruskal, “Interaction of “solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states”, *Phys. Rev. Lett.* **15** (1965) 240–243.
9) 渡辺慎介,『ソリトン物理入門』，培風館，1985.
10) 川原琢治,『ソリトンからカオスへ』，朝倉書店，1993.
11) 広田良吾,『直接法によるソリトンの数理』，岩波書店，1992.
12) 上野喜三雄,『ソリトンがひらく新しい数学』(岩波科学ライブラリー 4)，岩波書店，1993.
13) 三輪哲二・神保道夫・伊達悦朗,『ソリトンの数理』，岩波書店，2007.
14) 中村佳正（編),『可積分系の応用数理』，裳華房，2000.
15) 中村佳正,『可積分系の機能数理』(共立叢書 現代数学の潮流)，共立出版，2006.
16) 広田良吾・高橋大輔,『差分と超離散』，共立出版，2003.
17) 時弘哲治,『箱玉系の数理』(開かれた数学 3)，朝倉書店，2010.

（たかはし・だいすけ，早稲田大学理工学術院）



量子・時空・ハイデッガー

細谷 暁夫

1. はじめに

子供の頃，父の書斎が好きだった．母が清潔に掃除した畳の部屋で，薪ストーブがいい香りをさせながら心地よく部屋を暖めて，その上に置かれた薬缶がシュンシュンと湯気をあげていた．手作りの本棚には洋書・和書が整理されて置かれていた．ドイツ語と英語の本では背表紙の向きが反対で，父が題名を見るとき首を傾け直しているのが面白かった．フランス語の本はペーパーナイフで頁を切りながら読むので少し膨れていた．

その本棚に，朝永振一郎著の『量子力学的世界像』[1]があった．父の大きな椅子の端に腰掛けて読んだ．量子力学の世界が裁判仕立ての話になっている．被告である波乃光子が，どちらのドアから部屋に入ったか，と裁判官に訊かれて「両方を通りました」と答える話である．不思議の国のアリスよりも妙ちきりんな話で，さっぱり分からなかったが，何やら記憶に残ってしまった．

高校生のときに，友人からの手紙をきっかけに理論物理学を志し，大学に入ったらすぐにディラックの『量子力学』[2]にかじりついて，朝永振一郎[3]の教科書をがむしゃらに読んでいった．帰省したときに，母親が大学で何の勉強をしているかと訊いたので，「りょうしりきがく」と言ったら，近所のおばさんたちに「うちの息子は，大学で良識科学（りょうしきかがく）を勉強しています」と話していたのには困ってしまった．

2. 内山先生との出会い

大学院では素粒子論を専攻したが，先輩たちが概念的にも技術的にも学部の量子力学よりもやさしいことで論文を書いているので，どこか変だという違和感があった．その中で，EPR 問題[4]を修士論文のテーマとしている変わり種の人もいたが，あまり受けていないように見えた．私も取りあえず研究で飯を食っていきたかったので，論文の書けそうなテーマを選んで勤勉に大勢に従っていた．指導教官の山口嘉夫先生はもっと冒険的であることを勧めていたように思うので，今から考えると，若いうちから勇気を出して「海のものとも山のものともつかないもの」に挑戦しておけば良かったと思う．修士の頃，朝永先生が講演をされた後で，学生たちを本郷の飲み屋に誘ってくださった．直接お会いできて感激で，その粋なお人柄にも強く惹かれた．当時の S 行列理論が人生を賭けるほどのものとは思われなかったので，宇宙物理へ転換して，アメリカの大学院に留学しようと準備をしていた．これが，ずっと後になって宇宙物理に関わるきっかけになったように思う．


内山龍雄先生.

ところが1970年代に入って，ゲージ理論が出てから素粒子の理論が一変し，ようやく理論性の深いものが出てきたという観があった．方針を再転換して，ゲージ理論の勉強会に参加した．トフーフトのヤン・ミルズ場の繰り込み可能性の証明の論文[5)]が判じ物であったのを解読して夏の学校で解説したのを覚えている．私は，この「判読」がなぜか好きである．ゲージの理論の電弱統一理論の予言する中性電流があれば，赤色巨星の冷却に適用できるとすぐに気づいたが，素養のなさと研究にパワーが欠けていたため，人に先を越された．その中で内山龍雄先生の 1956 年のゲージ場の一般論の論文[6)]を読みその美しさに感激して，その旨指導教官の山口嘉夫先生にお話した．それから，しばらくして西島和彦先生に阪大の内山研究室の助手に推薦していただいて，そこで10年も研究させていただくことになった．内山先生にお目にかかる前には，ディラックのような英国紳士を想像していたが，大声の仁王様のような方でおられたのにはびっくりした．後でそう申し上げると愉快そうに大笑いしておられた．

内山先生は一般相対性理論の大家として著名であったが，昼飯時の「サロン」での会話には相対論よりも EPR がよく登場した．当時は「思考実験」なるものになじめなく何がポイントなのかもよく分からなかったので，今から考えると情けない．思い出してみると，プリンストン高等研究所におられたときにウィーラーから，EPR に関する議論を持ちかけられたと仰っていた．

イギリス留学のときに興味を持ったブラックホールからのホーキング輻射を勉強した頃から，重力の研究にシフトしていった．内山先生は大いに喜ばれて一緒にドウィットのレビュー論文を読んでいった．その後，私は重力自身についても研究を進めていったが，量子力学からの視点を放棄する気にはなれなかった．相対論における物理の幾何学化という客観記述の方向と，観測しなければ何事も分からないとする，量子力学の認識論的な観点がなかなか調和しないところに強く惹かれていった．

この点について，内山先生が私に熱っぽく語った内容を要約すれば以下のようになる．時空多様体を底空間とし，その各点ごとに計量と量子力学的ヒルベルト空間を考えてファイバーとしたファイバー束であった．ただ，この考え方だと異なる時空点にいる観測者のあいだのコミュニケーションの記述の仕方がよく分からなくなる．ファイバーに働く変換群が何であるか同定する手がかりがないからである．接続に至っては見当もつかなかった．

3. 父からの電話

父が教育大学（現筑波大学）で開かれた哲学会の世話人として，学長の朝永先生にご挨拶して，その人品に深く感銘を受けた．そして，学者が年を取ったときにすることとして，先生が "Do history, do nonsense, do nothing" の 3 つがあると仰ったことにさらに感銘を受けて，定年後 "do nothing" を選択して仙台に落ち着いていた．

その頃めずらしく父から電話があって，翻訳したハイデッガーの『存在と時間』[7)]を読んでほしいので，郵送するという．少しだけ読んでみたが，何を言っているかまるっきり分からない．抽象数学の論文よりもわからない．5 ページ読み進んでも「現存在」の周りを，話がひたすら循環しているような気がして，ついに降参した．父にその旨電話したら，それならその先の何頁の何行目を読んで

ご覧などと言う．父が亡くなってから，木田元先生の解説[8)]の助けも借りながら，挑戦と挫折を繰り返しているうちに断片的なことを少しだけ知るに至った．

ハイデッガーが『存在と時間』を上梓したのは1927年だが，それはたまたまボーアがコモ湖畔で量子力学の「コペンハーゲン解釈」を述べ始めたときに一致する．両者に交流があったのか気になる．というのは，『存在と時間』の中でハイデッガーは，時間に2種類あると言っているからである．一つは，日常的な時間，もう一つは意志を持って「企投」(英語で projection) する時間である．この2つはそれぞれ量子力学におけるユニタリー発展と「測定」によく対応しているように思える．しかも，彼は日常的な時間も重要で，日常を少しひろげた「世界内」において他者と関わるとき，「企投」が始まると言っている．これも，物理的対象を測定器を含める形で拡張して，全体としてユニタリー発展を考える量子情報理論の根幹である完全正写像[*1)]とよく符丁する．この符丁は多分，関係妄想の一種で，常識的には量子力学と実存主義は全く関係がなく，古典的な思考から解放されていく20世紀初頭の時代精神があっただけなのだろう．

ハイデッガー自身，自分の思想が科学から影響を受けたことはないと言っているらしい．しかし，この食えない人の言うことを真に受けることはない，と父は笑いながら言っていた．最近，少し調べてみたところ，1925年にカッセルで講演[10)]していて，相対論について述べている．この講演が『存在と時間』出版の数年前であることを考えて，ハイデッガーと理論物理学者の接点に時代精神以上のものを感じて，さらに調べて研究書[9)]を見つけた．それによると，彼は慣性系の存在のほうに関心があるようで，ニュートンの第一法則について言及している．しかし，彼の関心はあくまで存在論であるらしく，認識論的な科学である量子力学について関心を示した形跡は見あたらない．

『存在と時間』は人間存在から始めて，形而上学における存在の時間性を主張する予定であったが，結局最後まで辿り着かなかった未完の著である．これが科学論文だとすれば完全に破綻しているが，哲学は問いを正しく立てる知恵であって解答を与えるものではないから，私はこれでよいのだと思っている．その一方で，量子力学的世界観が導入されれば，存在の第二の意味の時間性に辿り着くかも知れないと，ふと思ったりもする．

4. 量子情報理論

1995年の日立主催のISQM（量子力学の基本原理と最先端技術に関する国際会議）に出席したのが量子計算に興味を持ったきっかけだった．主催者がなぜかブラックホールに興味を持ってくれて，物性物理学者や工学畑の人が唖然とする前でブラックホールの蒸発の話をした．私のほうからすれば，彼らの話にはついていけなかった．ただ一つスタンフォード大の大学院生（I・チャン）の量子計算機に関する講演を聞いて衝撃を受けた．20世紀の押し詰まったこんなときに科学上のブレイクスルーがあるとは全く期待していなかったので，ディラックの本を読んだ学生時代に戻った気がした．量子計算を用いた因数分解のショアによる論文[11)]は普段お目にかからないIEEEにあり，わたしにはこの一群の雑誌の分類の仕方が全く理解できなく，情報科学科にいた息子に頼んでコピーを取って貰った．それから，毎日の通勤電車の中で解読にかかった．なにしろ計算機科学については全くの素人なので大変だった．基礎的なことは息子に教わり，計算量の理論については当時東工大にいらした小林孝次郎教授に教わり，まるで蘭学事始めであった．とはいえ，もとの論文のでき自体が超一流（1998年ショアはこの論文で応用数学のネヴァンリンナ賞を受賞した）なので次第に雲が晴れるがごとく解った気がしてきた．

それから，量子計算を勉強したいという学生も

*1)　量子力学的状態は密度演算子と呼ばれる固有値が正の演算子で表される．それに対して観測を含む何らかの物理操作をすると別の密度演算子に変換する．これを正値写像と言う．正値であるのは確率解釈からくる．さて，対象とする物理系には必ずそとの世界があり，それも含めて量子系と考えることもできる．上に考えた写像は外の世界には働かないと見なせばよい．それでも，正値である場合に完全正写像と呼ぶ．これがいわゆる「波束の収縮」を克服する．

現れて，輪講などをしていくうちに，その背後にある量子情報理論の深さに惹かれていった．この段階で，光子裁判やEPRについての記憶も蘇ってきた．そのうちに，たまたま量子計算機について教科書[12)]を書き，この分野の人たちとお付き合いさせていただくようになった．

5. 特異点定理と量子宇宙論

アインシュタインの古典相対性理論において，エネルギー密度などに関して物理的に妥当な仮定の下に，時空には特異点が生ずることがホーキングとペンローズによって証明された．その点では，古典論が破綻しているので量子効果が効くだろうと予想される．

この理論を勉強したくて，広島大学理論物理学研究所から東工大物理学科に転任した頃から，学生とホーキング・エリス[13)]のゼミを始めた．指導教員自身が初学者なので学生諸君はだいぶ戸惑ったに違いない．これが，重力の量子論を考える動機そのものなので，一生懸命に読んだつもりである．取りあえず，半古典論的アプローチで練習することにした．ホーキングが提唱した無境界の境界条件を仮定して宇宙のトポロジー変化の確率計算の仕事を学生諸君とした．

その頃の科研費の申請書を読み返してみると，「5年ほどは量子重力の数学的側面を研究し，その観測的帰結はその後に考える」と書いている．その次には，「観測的帰結を研究するために，量子情報理論を取り入れた研究をする」と宣言して計10年以上の時間が経過している．もちろん，この研究計画の目標が達成される自信は全くないが，必要なことは明らかである．現在の量子重力の理論は，素粒子論的なものであれ相対論的なものであれ，科学としての必要条件である「理論を観測でテストすること」から目をそらしている．単にエネルギー的に実験できないというのではなくて，原理的な観測可能性についての考察も放棄しているのが問題なのである．それどころか，宇宙全体の波動関数を観測することは，普通の量子力学とは違うと思っている人までいるので困る．量子力学における観測は常に局所的なものである．例えば，望遠鏡で観測する光子の赤方変位の観測から，宇宙の膨張率を推定するのである．しかしながら，これを理論の中に組み込むのは，概念的にも容易でない．

6. 現代の時代精神

科学の歴史を見れば，その時代の産業・社会・思潮と無関係でないことがわかる．相対論と量子力学も，古典的な世界観が崩壊していく19世紀末から20世紀初めの社会的思潮の中にある．絶対的な座標系において，観測者に無関係に成り立つ「客観的真実」なるものが虚構であることが次々に明らかになったのである．それでは，21世紀の今の社会的思潮の変化の中の主要なモードは何だろうか？ 多分，それはコミュニケーションだろう．「客観的な事実」なるものを相対化することから一歩進んで，事実を複数の観測者の対話から得られる情報の総体から構成するのである．コンピュータが日常化したこの時代には，情報の総体のみから事実を構成するという（It from bit）考え方は，一般にも受け入れられる素地がある．

このことは，20世紀初頭のアインシュタインの特殊相対論に出てくる光の交信による異なる2点における時計の合わせ方，ハイゼンベルグの不確定性関係の中に潜在していたのではあるが，体系化されたわけではない．強いて言えば，熱力学におけるエントロピーの中に情報の要素がミニマムに入っている．量子力学については20世紀後半に量子情報理論として体系化され始めた．熱力学にランダウアーの原理が提唱され，マクスウェルの悪魔[14)]のパラドクスが解消できるとされたあたりで，情報量が物理学に正面から入ってきた．古典相対論については，ブラックホールの「見え方」が観測者に依存していることぐらいだろうか．曲がった時空の量子場の理論においては観測者の加速度によって観測される粒子状態が変わり，熱力学との類似が現れる．しかし，時空自体が量子的に揺らぐ量子重力に至っては避けられないことではないだろうか？ 一方，量子情報理論の中核概念

である完全正写像は相対論を取り入れたものではない．一言で言うと，広すぎて相対論的な因果律を破るものまで含んでしまっている．相対論的量子情報理論なるものは，まだできていない．量子重力に至る一つの道かも知れない．

時代精神と言えば，私が学生であった 1960 年から 1970 年にかけて，一世を風靡した実存思想はどこに行ったのであろうか？ あの頃は，「企投」あるいはサルトル用語*2) である「参加（アンガジュマン）」を多くの人が語っていた．今は戦乱の地を TV ニュースの世界に追いやり，他者とは映像あるいは金銭でのみ関わるという，ひたすらユニタリーな日常生活の中で個人が孤立しているように見受けられる．あるいは，グローバリゼーションの中で「投機」に翻弄される「世界内存在」なのかもしれない（もちろん冗談です）．

7. むすび

私は自分の世界観と研究とを区別せずに生きてきた．この随筆を書きながらそれを整理してみた．そうしてみると，家族や学生たちを含めて出会った人たちから大きな影響を受けてきたことを実感する．その出会いの中から，少しずつ自然界と人間の関わりの奥深さを知ることができたのは幸運であったと思う．一方，昨日は過ぎ去ってしまい，明日はまだ来ていないので，今に生きたいと思う．内山先生の描像に完全正写像を取り入れようと模索している．

参考文献

1) 朝永振一郎，『量子力学的世界像』（みすず書房）．
2) P.A.M. Dirac, "Principle of Quantum Mechanics"（みすず書房復刻）．
3) 朝永振一郎，『量子力学 I, II』（みすず書房）．
4) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Phys.Rev.* **47**, 777 (1935).
5) G.'t Hooft, *Nucl. Phys.* **B33**, 173–199 (1971).
6) R. Utiyama, *Phys .Rev.* **101**, 1597 (1956).
7) Martin Heidegger,『存在と時間』細谷貞雄訳，筑摩学芸文庫．
8) 木田 元，『ハイデガー「存在と時間」の構築』岩波現代文庫．
9) J.J. Kockelmans, *Heideggaer and Science* (1985). Center for Advanced Research in Phenomenology and University Press of America, Washington, D.C.
10) Martin Heidegger,『ハイデッガーカッセル講演』第 9 回講演，平凡社ライブラリー．
11) P.W. Shor, in Proceeding of the 35th Annual Symposium on Foundation of Computer Science, IEEE Computer Society Press, Los Alamits, CA, pp.116 (1994).
12) 細谷暁夫，『量子コンピュータの基礎［第 2 版］』（サイエンス社）．
13) S.W. Hawking and G.F.R. Ellis, *The Large Scale Structure of Apace-time*, Cambridge University Press, Cambridge (1973).
14) H.S. Leff and A.F. Rex, *Maxwell's Demon: Entropy, Information and Computation* Princeton University Press, Princeton (1990).

（ほそや・あきお，東京工業大学大学院理工学研究科）

*2) ハイデッガー自身はサルトルとの関係を否定している．

特　集（2010 年 9 月号予告）

南部陽一郎

学んで考え，考えて学ぶ物理の奥義

南部陽一郎の物理	吉村　太彦
「対称性の自発的破れ」	細谷　　裕
超伝導理論への傾注	青木　秀夫 初田　哲男
イジング模型の論文	西森　秀稔
質量の起源	小林　　誠
カイラル対称性の破れとクォーク閉じ込め	国広　悌二
ストリングの発想	米谷　民明
南部括弧式と M 理論	松尾　　泰
南部モード	坂東　昌子
［コラム］	菅原　寛孝
［コラム］	江口　　徹

本体 952 円

特　集（2010 年 7 月号）

物理学と行列

自然認識に果たす多彩な役割

行列の面白さと奥深さ	坂井　典佑
物理学における行列の役割　物理のための行列入門	大貫　義郎
力学と行列　回転運動を例に	下村　　裕
電磁気学と行列，行列式	田中　秀数
量子力学と行列　スピン行列と密度行列を例として	倉辻比呂志
カオスと行列　周期軌道/σ 模型対応	西垣　真祐
素粒子論と行列　小林–益川行列から大統一理論まで	前川　展祐
MATLAB と行列	松田　卓也
［コラム］行列と写像　その違いと雑感	出口　哲生
［インタビュー］行列で紐解く物理学の世界	坂井　典佑
《連載》目で見て学ぶ量子力学　その 19	外村　　彰
《現象から方程式を創り出す》第 6 回	鈴木　増雄
《数学の道しるべ》第 17 回	満渕　俊樹

本体 952 円

編集後記

今回の特集では私たちになじみのある重力を初めとする四つの力とそれらを統一するための理論が取り上げられています．それと同時に物理学史上，重要な人物がたくさん出てきており，それら先人たちの偉大な業績が力の統一への積み重ねになっているのではないかと思います．

先人たちも飽くなき探求心を持って，理論の創始に腐心されたのではないかと思うと同時にきっと周囲の現象に対してたくさんの好奇心をもって接していたのではないかと想像されます．最近では，私も自然科学に限らず，世の中に起きる様々な現象が発生する理由を考えるようにしていますが，こうした探求心・好奇心は失わずに生きていきたいものです．

さて，今回で外村先生の連載「目で見て学ぶ量子力学」が最終回を迎えます．これまでも視覚に訴えた特集を組ませていただいておりましたが，目で見て学べることはいろいろな分野を学習する上で大変重要なことだと思います．この連載をきっかけに研究者を目指す方が増えてくれることを願います．　(R)

数　理　科　学　8月号

2010 年 8 月 1 日発行

数 理 科 学 編 集 部　　発行人 木　下　敏　孝
TEL. (03) 5474–8816
FAX. (03) 5474–8817

ホームページ　http://www.saiensu.co.jp
ご意見・ご要望は　sk@saiensu.co.jp　まで．

発行所 ⓒ 株式会社 **サ　イ　エ　ン　ス　社**　TEL. (03) 5474–8500（代表）
〒 151–0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷 1–3–25　振替 00170–7–2387　(03) 5474–8600（広告部）

印刷・製本　三美印刷株式会社　山岡景仁